**文章编号:1673-5005(2006)03-0050-05** 

# 地层力计算新模型

# 潘起峰, 高德利

#### (中国石油大学 石油天然气工程学院,北京 102249)

摘要:定量计算钻头与地层之间的作用力对井眼轨迹控制具有重要意义。由三维钻速方程出发,根据钻头合位移方 向即为其运动方向的思想,推导出了计算地层力的新模型。该模型综合考虑了地层和钻头的各向异性以及钻头转 角的影响,它不受稳斜稳方位条件的限制,是现有地层力模型的补充和扩展。研究结果表明,钻头各向异性和钻头 转角对地层力均有影响,把钻头当作各向同性处理时,计算出的地层力比实际钻头条件下要小;在井眼方位和地层 下倾方位之间夹角不同条件下,不考虑钻头转角的影响,地层力会略高或略低于考虑转角的情况。由于钻头转角对 地层力的影响很小,计算地层力时可以忽略。

关键词:地层力; 计算模型; 钻头; 地层; 各向异性

中图分类号:TE 21 文献标识码:A

### A novel model of calculating formation force

#### PAN Qi-feng, GAO De-li

#### (Faculty of Petroleum Engineering in China University of Petroleum, Beijing 102249, China)

Abstract: The quantitative calculation of the forces between drill bit and formation is vital for drilling trajectory control. According to the idea that the sense of displacement is the sense of motion for drill bit, a new model of calculating formation force was derived from 3-D rock-bit interaction model. The effects of formation anisotropy, bit anisotropy and bit tilt angle on drilling trajectory change were taken into account in this model. The new model aren't be limited by conditions of angle and azimuth holding, and it supplements or extends the old models. The effects of bit anisotropy and bit tilt angle on formation forces were discussed in detail. The results show that both bit anisotropy and bit tilt angle have effect on formation forces. The formation force obtained considering bit anisotropy is higher than that neglecting it. When the bit tilt angle is disregarded, the formation force is little higher or lower than that calculated considering the bit tilt angle in different angles between the drilling azimuth and formation down dip azimuth. Since the bit tilt angle has little effect on the formation force, it can be neglected when the formation force is calculated.

Key words: formation force; calculating model; drill bit; formation; anisotropy

定量计算钻头与地层之间的相互作用力,无论 对定向井井眼轨迹控制还是直井防斜都具有重要的 作用。迄今,已出现了多种地层力计算模型<sup>[1-11]</sup>。 其中,文献[1]~[9]中所介绍的模型均为在稳斜稳 方位条件下得到的,不适用于弯曲井段地层力的计 算。文献[10]和[11]中给出了适用于井斜和方位变 化情况下的地层力计算模型,但没有考虑钻头各向 异性及钻头转角的影响。然而,实际钻井中所用的 钻头其轴向和侧向切削能力明显不同,而且也有转 角存在。因此,笔者考虑这些因素的影响,建立新的 地层力计算模型。

## 1 地层及钻头的各向异性

#### 1.1 地层各向异性

地层各向异性程度可以用地层各向异性指数来 表征。设钻头为各向同性,所钻地层具有正交各向 异性性质。若各向同性钻头沿地层倾向、走向及法 向的钻速分别为 v<sub>dip</sub>, v<sub>str</sub>及 v<sub>n</sub>,相应的净作用力为

作者简介:潘起峰(1971-),男(侗族),贵州黎平人,工程师,博士,主要从事地层可钻性各向异性评价及防斜打快方面的研究。

收稿日期:2005-08-30

基金项目:国家自然科学基金西部专项(90410006)和重点资助项目(50234030)

 $F_{dip}$ ,  $F_{str}$ 和  $F_n$ ,则钻井效率和岩石各向异性指数可 定义<sup>[9]</sup>为

$$D_{dip} = v_{dip}/F_{dip}, D_{str} = v_{str}/F_{str}, D_n = v_n/F_n;$$
  

$$I_{r1} = D_{dip}/D_n, I_{r2} = D_{str}/D_n.$$

式中, $D_{dip}$ , $D_{str}$ , $D_n$ 分别为地层倾向、走向及法向的 钻井效率, $m\cdot(h\cdot kN)^{-1}$ ; $I_{r1}$ , $I_{r2}$ 分别为倾向和走向 的岩石各向异性指数,若 $I_{r1} = I_{r2}$ ,则正交各向异性 地层退化为横观各向同性地层。

#### 1.2 钻头各向异性

钻头各向异性是指钻头结构本身在不同方向上 钻进能力的差异。无论是牙轮钻头还是 PDC 钻头, 其结构都是有利于向前即沿轴向钻进的。因此,钻 头沿轴向的钻进效率优于沿侧向的钻进效率,即存 在钻进效率的各向异性。钻头的各向异性可用钻头 各向异性指数  $I_b$ 来表征。设各向异性钻头在各向 同性地层中钻进,钻头轴向净作用力及钻速分别为  $F_a$ 及  $v_a$ ,钻头的侧向作用力及钻速分别为  $F_l$ 及  $v_l$ ,则钻井效率和钻头各向异性指数可以定义<sup>[9]</sup>为

 $D_{a} = v_{a}/F_{a}, D_{l} = v_{l}/F_{l}, I_{b} = D_{l}/D_{a}.$ 式中, $D_{a}, D_{l}$ 分别为钻头轴向和侧向的钻井效率, m·(h·kN)<sup>-1</sup>。

## 2 模型的推导

建立如下3个坐标系,均取钻头处为坐标原点。

(1)地层坐标系( $\alpha x_{f} y_{f} z_{f}$ )。 $z_{f} 垂直于地层层面$ 并指向外法线方向, $x_{f}$ 沿地层层面指向上倾方向, $y_{f}$ 沿地层走向并符合右手系法则,如图1所示。

其中

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta \cos \Delta \varphi - \sin \alpha \sin \beta & -\cos \alpha \sin \Delta \varphi \\ \cos \beta \sin \Delta \varphi & \cos \Delta \varphi \\ \sin \alpha \cos \beta \cos \Delta \varphi + \cos \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \sin \Delta \varphi \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \cos \theta_x & \sin \theta_x \sin \theta_y & \sin \theta_x \cos \theta_y \\ 0 & \cos \theta_y & -\sin \theta_y \\ -\sin \theta_x & \sin \theta_y \cos \theta_x & \cos \theta_x \cos \theta_y \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{r1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{r2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{I}_{B} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{I}_{B} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_{b} & 0 & 0 \\ 0$$

 $\Delta \varphi = \varphi - \varphi_{\rm f}.$ 

式中,D 为地层坐标系到井底坐标系的变换矩阵;F 为钻头坐标系到井底坐标系的变换矩阵; $I_R$  为地层 各向异性指数矩阵; $I_B$  为钻头各向异性指数矩阵;  $v_{xd}$ , $v_{vd}$ , $v_{zd}$ 分别为井底平面上钻头机械钻速沿  $x_d$ ,



图11 地层坐标系

(2) 井底坐标系( $ax_dy_dz_d$ )。 $z_d$  垂直于井底平 面并指向外法线方向, $x_d$ 指向井眼低边, $y_d$  垂直于  $x_doz_d$ 平面并符合右手系法则,如图 2 所示。



图 2 井底坐标系

(3)钻头坐标系(ax<sub>b</sub>y<sub>b</sub>z<sub>b</sub>)。z<sub>b</sub> 沿钻柱变形后的切线方向指向上方,x<sub>b</sub> 轴垂直于 z<sub>b</sub> 轴指向井眼低边,y<sub>b</sub> 轴垂直于 x<sub>b</sub>oz<sub>b</sub> 平面并符合右手系法则。

由地层各向异性和钻头各向异性定义,通过严 格的力学和数学推理,可以得到井底坐标系下的三 维钻速方程为

$$-\cos \alpha \sin \beta \cos \Delta \varphi - \sin \alpha \cos \beta -\sin \beta \sin \Delta \varphi , -\sin \alpha \sin \beta \cos \Delta \varphi + \cos \alpha \cos \beta$$

 $y_d, z_d$ 方向的分量, m·h<sup>-1</sup>;  $F_{xd}, F_{yd}, F_{zd}$ 分别为井底 平面上钻头机械力沿  $x_d, y_d, z_d$ 方向的分量, kN;  $\alpha$ 为井斜角, (°);  $\beta$  为地层倾角, (°);  $\varphi$  和  $\varphi_f$  分别为井 眼方位和地层下倾方位, (°);  $\theta_x, \theta_y$  分别为钻头转角 在 $x_doz_d$ 平面和  $y_doz_d$ 平面上的投影角, (°)。

为减少计算量,先对矩阵  $F 和 F^{-1}$ 进行简化。 一般情况下,钻头转角小于 0.4°,可视为小量<sup>[5]</sup>,则 可作如下近似处理:

 $\cos \theta_x \approx 1, \sin \theta_x \approx \theta_x, \cos \theta_y \approx 1, \sin \theta_y \approx \theta_y$ . 将以上简化处理结果代人矩阵 F 及  $F^{-1}$ ,并忽略二 阶小量,可得

$$\mathbf{F} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & \theta_x \\ 0 & 1 & -\theta_y \\ -\theta_x & \theta_y & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}^{-1} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\theta_x \\ 0 & 1 & \theta_y \\ \theta_x & -\theta_y & 1 \end{bmatrix}.$$
(2)

.....

在井底坐标系中,设 $\Delta t$ 时间内钻头沿 $x_d, y_d$ 和  $z_d$ 方向的位移分别为 $S_{rd}, S_{vd}$ 和 $S_{zd}, 则$ 

$$S_{xd} = \Delta t v_{xd}, \ S_{yd} = \Delta t v_{yd}, \ S_{zd} = \Delta t v_{zd}.$$
(3)

而

$$\tan \Delta \alpha = \frac{S_{xd}}{S_{zd}}, \ \tan \Delta \psi = \frac{S_{yd}}{S_{zd}}, \tag{4}$$

 $\Delta \varphi 与 \Delta \psi$ 的关系式为

tan  $\Delta \phi$  = tan  $\Delta \varphi$ (sin α + tan  $\Delta \alpha \cos \alpha$ ). 式中, $\Delta \alpha$  为井斜角增量,(°); $\Delta \phi$  为  $y_d o z_d$  平面上的 方位角增量,(°)。

把式(2)代人式(1),解出  $v_{xd}$ , $v_{yd}$ , $v_{zd}$ ,代人式 (3),再把计算得到的  $S_{xd}$ , $S_{yd}$ , $S_{zd}$ 代人式(4),整理 后可得

$$\begin{cases} F_{xd} = \frac{-A_1 - A_6 \tan \Delta \alpha - A_7 \tan \Delta \psi}{A_3 - A_4 \tan \Delta \alpha - A_5 \tan \Delta \psi} F_{zd}, \\ F_{yd} = \frac{-A_2 - A_8 \tan \Delta \alpha - A_9 \tan \Delta \psi}{A_3 - A_4 \tan \Delta \alpha - A_5 \tan \Delta \psi} F_{zd}. \end{cases}$$
(5)

其中

$$\begin{cases}
A_{1} = M_{1}N_{1} + M_{2}N_{2} + M_{3}N_{3}, \\
A_{2} = -M_{2}N_{4} - M_{1}N_{2} - M_{3}N_{5}, \\
A_{3} = -M_{1}N_{3} - M_{2}N_{5} - M_{3}N_{6}, \\
A_{4} = M_{5}N_{3} + M_{4}N_{5} + M_{1}N_{6}, \\
A_{5} = -M_{4}N_{3} - M_{6}N_{5} - M_{2}N_{6}, \qquad (6) \\
A_{6} = M_{5}N_{1} + M_{4}N_{2} + M_{1}N_{3}, \\
A_{7} = -M_{4}N_{1} - M_{6}N_{2} - M_{2}N_{3}, \\
A_{8} = -M_{5}N_{2} - M_{4}N_{4} - M_{1}N_{5}, \\
A_{9} = M_{4}N_{2} + M_{6}N_{4} + M_{2}N_{5}. \\
\begin{pmatrix}M_{1} = I_{r1}I_{r2}R_{1}R_{2} - I_{r1}\sin \alpha \cos \alpha \sin^{2} \Delta \varphi + I_{r2}R_{3}R_{4}, \\
M_{2} = -I_{r1}I_{r2}R_{1}^{2} - I_{r1}\sin^{2} \alpha \sin^{2} \Delta \varphi - I_{r2}R_{4}^{2}, \\
M_{3} = -I_{r1}I_{r2}R_{2}^{2} - I_{r1}\sin^{2} \Delta \varphi \cos^{2} \alpha - I_{r2}R_{4}^{2}, \\
M_{5} = -I_{r1}I_{r2}R_{2}^{2} - I_{r1}\sin^{2} \Delta \varphi \cos^{2} \alpha - I_{r2}R_{3}^{2}, \\
M_{6} = -I_{r1}I_{r2}\sin^{2} \beta \sin^{2} \Delta \varphi - I_{r1}\cos^{2} \Delta \varphi - I_{r2}R_{3}^{2}, \\
M_{6} = -I_{r1}I_{r2}\sin^{2} \beta \sin^{2} \Delta \varphi - I_{r1}\cos^{2} \Delta \varphi - I_{r2}R_{3}^{2}, \\
M_{6} = -I_{r1}I_{r2}\sin^{2} \Delta \varphi.
\end{cases}$$

$$\begin{cases} R_1 = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \cos \Delta \varphi, \\ R_2 = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \cos \Delta \varphi, \\ R_3 = \sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta \cos \Delta \varphi, \\ R_4 = \sin \beta \cos \alpha + \sin \alpha \cos \beta \cos \Delta \varphi, \\ N_1 = \theta_x^2 (I_b + \theta_y^2) + (\theta_y^2 + 1)^2, \\ N_2 = (I_b - \theta_x^2 - \theta_y^2 - 2)\theta_x\theta_y, \\ N_3 = (I_b - 1)\theta_x, \\ N_4 = \theta_y^2 (I_b + \theta_x^2) + (\theta_x^2 + 1)^2, \\ N_5 = (I_b - 1)\theta_y, \\ N_6 = I_b + \theta_x^2 + \theta_y^2. \end{cases}$$

由式(5)可知, F<sub>xd</sub>由以下 3 部分组成:

$$\begin{cases} F_{xf} = \frac{-A_1}{A_3 - A_4 \tan \Delta \alpha - A_5 \tan \Delta \psi} F_{zd}, \\ F_{x\alpha} = \frac{-A_6 \tan \Delta \alpha}{A_3 - A_4 \tan \Delta \alpha - A_5 \tan \Delta \psi} F_{zd}, \\ F_{x\varphi} = \frac{-A_7 \tan \Delta \psi}{A_3 - A_4 \tan \Delta \alpha - A_5 \tan \Delta \psi} F_{zd}. \end{cases}$$

式中,  $F_{xt}$ 为钻具侧向力  $F_{xd}$ 用于抵抗地层作用的力, kN;  $F_{xx}$ 为使井斜发生变化的力, kN;  $F_{xx}$ 为使方位发生变化的力, kN。

对稳斜稳方位( $\Delta \alpha = \Delta \phi = 0$ )并段,  $F_{x\alpha} = F_{x\varphi} = 0$ , 钻具侧向力全部用于抵抗地层作用其上的力。令  $F_{zd} = W_{OB}$ , 参照文献[10]和[11]的分析方法, 可得 到地层变井斜力为

$$F_{\alpha} = \frac{A_1}{A_3 - A_4 \tan \Delta \alpha - A_5 \tan \Delta \psi} W_{\text{OB}}.$$
 (7)

式中, $W_{OB}$ 为钻压,kN; $F_a$ 为地层变井斜力,取增斜为正,kN。

同理,可以得到地层变方位力为

$$F_{\varphi} = \frac{A_2}{A_3 - A_4 \tan \Delta \alpha - A_5 \tan \Delta \psi} W_{\text{OB}}.$$
 (8)

式中, F<sub>φ</sub>为地层变方位力, 取减方位为正, kN。 地层力合力和方向分别为

$$F_{\rm f} = \sqrt{F_{\alpha}^2 + F_{\varphi}^2}, \ \theta = \arctan(\frac{F_{\alpha}}{F_{\varphi}}).$$

式中, $F_{\rm f}$ 为地层力合力, $kN;\theta$ 为地层力合力和地层 变方位力的夹角,(°)。

# 3 地层力模型的几种简化形式

(1)各向同性钻头在横观各向同性地层中钻进, 钻头转角为零,井斜角和方位角有变化,即 $I_b = 1$ ,  $I_{r1} = I_{r2} = I_r$ ,  $\theta_x = \theta_y = 0$ ,  $\Delta \alpha \neq 0$ ,  $\Delta \phi \neq 0$ 。 将以上条件代入式(6),整理后可得  $\begin{cases} A_1 = A_4 = I_r(I_r - 1)(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \cos \Delta \varphi) \times \\ (\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \cos \Delta \varphi), \end{cases}$ 

 $\begin{cases} A_2 = A_5 = I_r (I_r - 1)(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \cos \Delta \varphi) \times (9) \\ \sin \beta \sin \Delta \varphi, \end{cases}$ 

 $[A_3 = [(I_r - 1)(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \cos \Delta \varphi)^2 + 1]I_r.$ 

设 Δγ 为井眼方位和地层上倾方位之差,以 Δ $\varphi$  = Δγ –  $\pi$  代人式(9),解出  $A_1, A_2, \dots, A_5$ ,再代人式 (7),(8),整理后即可得到文献[10],[11]的地层力 计算模型。可见文献[10],[11]的模型中并未考虑 钻头各向异性及钻头转角的影响。

(2)各向同性钻头在正交各向异性地层中钻进, 钻头转角为零,井斜角和方位角无变化,即 $I_b = 1$ ,  $I_{rl} \neq I_{r2}, \theta_x = \theta_y = 0, \Delta \alpha = \Delta \psi = 0$ 。

将以上简化条件代入式(6),整理后可得  

$$\begin{cases}
A_{1} = \frac{1}{2} I_{r2}(I_{r1} - 1)[(\sin^{2}\beta\cos^{2}\Delta\varphi - \cos^{2}\beta)\sin 2\alpha - \cos^{2}\beta]\sin 2\alpha - \cos^{2}\beta\sin 2\beta\cos 2\alpha] + \frac{1}{2}(I_{r1} - I_{r2})\sin 2\alpha\sin^{2}\Delta\varphi, \\
A_{2} = [I_{r2}(1 - I_{r1})\cos \alpha\cos \beta - \sin \alpha\sin \beta\cos \Delta\varphi) \times \sin \beta + (I_{r2} - I_{r1})\sin \alpha\cos \Delta\varphi]\sin \Delta\varphi, \\
A_{3} = I_{r2}(1 - I_{r1})[1 - (\cos \alpha\cos \beta - \sin \alpha\sin \beta\cos \Delta\varphi)^{2}] + (I_{r1} - I_{r2})\sin^{2}\alpha\sin^{2}\Delta\varphi + I_{r1}I_{r2}.
\end{cases}$$
(10)

设 δ 为井眼方位和地层走向方位之差,以  $\Delta \varphi = \delta + \pi/2$ 代人式(10),求出  $A_1, A_2, A_3$ ,再代人式(7), (8),整理后即可得到文献[6]的地层力计算模型。 其他条件不变,令  $I_{r1} = I_{r2} = I_r$ 即可得到文献[4]的 地层力计算模型。

(3)各向异性钻头在各向同性地层中钻进,钻头 转角不为零,井斜角和方位角有变化,即 $I_b \neq 1, I_{r1}$ = $I_{r2} = 1, \theta_x \neq 0, \theta_y \neq 0, \Delta \alpha \neq 0, \Delta \phi \neq 0$ 。

将以上条件代入式(6),整理后可得

$$A_1 = A_4 = -(I_b - 1)\theta_x$$
$$A_2 = A_5 = (I_b - 1)\theta_y,$$
$$A_3 = I_b + \theta_x^2 + \theta_y^2.$$

将 A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, …, A<sub>5</sub> 代人式(7), (8)可得到地层变井 斜力和变方位力计算模型, 表达式为

$$F_{a} = \frac{-(I_{b}-1)\theta_{x}}{C}W_{OB}$$
$$F_{\varphi} = \frac{(I_{b}-1)\theta_{y}}{C}W_{OB}.$$

其中

$$C = I_{b} + \theta_{x}^{2} + \theta_{y}^{2} + (I_{b} - 1)\theta_{x} \tan \Delta \alpha - (I_{b} - 1)\theta_{y} \tan \Delta \psi.$$

分析以上计算模型可知:①各向异性钻头( $I_b \neq$ 1)在各向同性地层中钻进,如果钻头转角不为零,则 变井斜力和变方位力不为零,钻头不能沿机械合力 方向钻进;②各向同性钻头( $I_b=1$ )在各向同性地层 中钻进时,无论钻头转角是否为零,变井斜力和变方 位力均为零,钻头沿机械合力方向钻进。

# 4 钻头各向异性及钻头转角对地层力 的影响

关于地层各向异性及井眼轨迹变化对地层力的 影响,前人已进行了较为详细的研究<sup>[6-11]</sup>。在这里 仅讨论钻头各向异性及钻头转角对地层力的影响。 计算时,倾向和走向的岩石各向异性指数  $I_{r1}$ , $I_{r2}$ 分 别为 0.940 3,0.864 2,井斜角增量  $\Delta \alpha$  为 5°,井眼方 位与地层下倾方位之差  $\Delta \varphi$  为 5°,井斜角  $\alpha$  和地层 倾角  $\beta$  均为 20°,钻压为 100 kN。计算了不同钻头 各向异性指数和钻头转角条件下地层力的合力,结 果见图 3~5(其中  $\theta_x$ , $\theta_y$ 和  $I_b$  作固定量时分别取值 0.2°,0.1°,0.76)。

由图 3~5 可知:

(1)钻头各向异性和钻头转角对地层力合力均 有影响,但钻头各向异性的影响大得多。对不同的 钻头各向异性指数或钻头转角,地层力合力的变化 趋势相同。



#### 图 3 Ib 对地层力的影响

(2)随着钻头各向异性程度的增大,地层力合力 增大。对不同的 Δφ,地层力合力的增量不同。计 算地层力时,如果把钻头当作各向同性(*I*<sub>b</sub>=1)处 理,其结果偏小。

(3)对  $\theta_x$  而言,除了在  $\Delta \varphi$  为 180°左右很小的 范围内地层力合力随  $\theta_x$  增加而增大外,在其余范围 内地层力合力与  $\theta_x$  成反比关系。 (4) $\theta_y$  对地层力合力的影响要比 $\theta_x$  的影响复杂 得多。 $\Delta \varphi$  为 0°~60°时, $\theta_y$  的变化对地层力合力基 本上没有影响; $\Delta \varphi$  为 60°~180°和 300°~360°时,地 层力合力随  $\theta_y$  增大而增大; $\Delta \varphi$  为 180°~300°时,地 层力合力随  $\theta_y$  增大而减小。

(5)无论是  $\theta_x$  还是 $\theta_y$ ,二者的变化在不同的  $\Delta \varphi$ 下引起地层力的变化量不同,但都很小。







图 5  $\theta_{v}$  对地层力的影响

## 5 结 论

(1)建立了综合考虑井眼几何形状、地层产状、 地层各向异性、钻头转角及钻头各向异性的地层力 计算模型。现有的一些地层力计算模型是该模型在 特定条件下的简化。

(2)钻头各向异性和钻头转角对地层力均有影响。不考虑钻头各向异性,地层力计算结果偏小;忽略钻头转角的影响,在不同的井眼方位和地层下倾 方位夹角范围内地层力计算结果会略高或略低于考虑转角的情况。

(3)和钻头各向异性相比,钻头转角对地层力的 影响很小,计算时可以将其忽略。

#### 参考文献:

[1] 杨勋尧. 地层造斜力的计算与应用[J]. 石油学报, 1985,6(1):81-90.

YANG Xun-yao, Calculation of formation deflecting force and its application[J]. Acta Petrolei Sinica, 1985, 6(1):81-90.

- [2] WILLIAMSON J S, LUBINSKI A. Predicting bottomhole assembly performance[J]. SPE Drilling Engineering, 1987,2(1):37-46.
- [3] HO H-S. Prediction of drilling trajectory in directional wells via a new rock-bit interaction model [R]. SPE 16658,1987.
- [4] 高德利,刘希圣,黄荣樽.钻头与地层相互作用的三维 宏观分析[J].石油大学学报:自然科学版,1989,13 (1):23-31.
  GAO De-li, LIU Xi-sheng, HUANG Rong-zun. Threedimensional macroanalysis of rock-bit interaction [J]. Journal of the University of Petroleum, China(Edition of Natural Science),1989,13(1):23-31.
- [5] 白家祉,苏义脑.井斜控制理论与实践[M].北京:石油 工业出版社,1990.
- [6] 高德利,刘希圣.正交各向异性地层对井斜的影响[J]. 石油学报,1990,11(2):98-105.
   GAO De-li, LIU Xi-sheng. The effect of an orthotropic formation on bore hole deviation[J]. Acta Petrolei Sinica, 1990,11(2):98-105.
- [7] 阎铁,张建群.钻头与地层相互作用的三维理论分析
   [J].天然气工业,1991,11(6):40-46.
   YAN Tie, ZHANG Jian-qun. Three-dimensional theoretical analysis of the bit-formation interaction[J]. Natural Gas Industry, 1991,11(6):40-46.
- [8] 张建群,阎铁.钻头与地层相互作用分析及井眼轨迹预测[J].石油学报.1991,12(4):102-110.
   ZHANG Jian-qun, YAN Tie. Rock-bit interaction analysis and the prediction of drilling trajectory[J]. Acta Petrolei Sinica, 1991,12(4):102-110.
- [9] 高德利,刘希圣,徐秉业.井眼轨迹控制[M].东营:石 油大学出版社,1994.
- [10] YAN Tie, ZHANG Jian-qun, HARELAND Geir, et al. A model for calculation of formation force and its application[J]. SPE Drilling & Completion, 1996, 11 (4):196-200.
- [11] 阎铁.深部井眼岩石力学分析及应用[D].哈尔滨:哈 尔滨工业大学土木工程学院,2001.

(编辑 李志芬)