文章编号:1673-5005(2007)01-0148-06

基于小波分析的傅里叶变换轮廓术应用研究

任旭虎^{1,2},宋珊珊²,綦耀光¹

(1. 中国石油大学 机电工程学院,山东 东营 257061; 2. 中国石油大学 信息与控制工程学院,山东 东营 257061)

摘要:采用一种基于小波分析的傅里叶变换轮廓术测量了物体三维形貌。利用小波变化的时频特性,对测量光栅图像进行了处理,提取了有用的频率分量,获得了光栅图像的相位信息,抑制了频率混叠。计算机模拟结果验证了该 方法的可行性,并在有噪声和无噪声的情况下与一般数字滤波器处理结果进行了比较,无论从测量精度还是测量范 围都得到了提高。

关键词:傅里叶变换轮廓术;小波分析;相位解包裹;频率混叠 中图分类号:0438.2 文献标识码:A

Applications based on wavelet analysis in the Fourier transform profilometry

REN Xu-hu^{1,2}, SONG Shan-shan², QI Yao-guang¹

(1. College of Mechanical and Electronic Engineering in China University of Petroleum, Dongying 257061,

Shandong Province, China;

2. College of Information and Control Engineering in China University of Petroleum, Dongying 257061,

Shandong Province, China)

Abstract: Fourier transform profilometry based on wavelet analysis was used to detect the 3-D shape. The wavelet transform can analyze the signal both in time and frequency domain. Based on this theory, the usable frequency information was distilled, phase information of the grating image was gained, and the frequency confusion was restrained. The results of computer simulation show that the wavelet analysis method is feasible. Compared with normal digital filter, it improves a lot in the measuring precision and range.

Key words: Fourier transform profilometry; wavelet analysis; phase unwrapping; frequency confusion

光学三维传感在机器视觉、自动加工等领域具 有广阔的应用前景,其中由 Takeda^[1]提出的傅里叶 变换轮廓术(Fourier transform profilometry,FTP)是 一种常用的三维面形测量方法,由于其只须获取一 幅图像就可恢复出物体形面信息,易于动态处理,具 有非接触、速度快、精度较高等特点而得到广泛的应 用。人们就如何提高其测量范围和测量精度的问题 进行了深入研究^[26]。但由于被测物体形状复杂,频 谱出现能量分布弥散,与有用的一次谐波发生混叠。 另外高频部分也有可能和基频部分发生混叠,在滤 波时区分有用频带和无用频带,确定截止频率十分 困难。若频带取得过窄,造成棱角细节被圆滑;若频 带取得过宽,直流成分或高频成分不能很好地被滤 掉,从而不能较好地解调相位。为此,笔者利用小波 多分辨的特点,选用 coif5 小波对变形光栅进行前期 预处理,以期在误差分析及测量范围方面得以改进。

1 傅里叶变换轮廓术的基本原理

傅里叶变换轮廓术的测量光路原理^[1,7]如图1 所示。图中,d 为投影仪出瞳和摄像机入瞳间的距 离,l 为摄像机入瞳与参考平面的距离,H 为测量物 体上的一点,C和D 为参考平面上的点,o 为投影仪 与摄像机光轴的交点,S是C点在摄像机上的成像, 投影仪将罗奇(正弦)光栅投影到物体上后,物体上 H 点也在摄像机S 点处成像,而此时在 H 点处投影 光栅的相位与没有放置物体时参考平面上D 点的

收稿日期:2006-05-15

作者简介:任旭虎(1973~),男(汉族),山西闻喜人,副教授,博士研究生,主要从事信号处理、机电一体化应用研究。

相位相同,因而 C,D 间的相位差与物体上 H 点的高 度有一定的对应关系,求得 C,D 间的相位差就可以 得出物体 H 点的高度值。投影仪在物体上得到的 变形光栅图可以表示为

$$g(x,y) = r(x,y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\{j[2\pi n f_0 x + n\varphi(x,y)]\}.$$
(1)

式中,x 轴与光栅条纹方向正交;y 轴与光栅条纹方 向平行; f_0 为光栅像的基频;r(x,y) 为代表物体表面 反射率分布的函数; $\varphi(x,y)$ 为由物体表面高度变化 引起的相位调制。没有放置物体时,投影到参考平面 上的参考光栅图可以表示为

$$g_{0}(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{n} \exp\{j[2\pi n f_{0}x + n\varphi_{0}(x,y)]\}.$$
(2)

其中, $\varphi_0(x,y)$ 为初始相位调制。固定 y 轴, 对式 (1),(2)沿 x 轴 进行一维傅里叶变换, 得到频谱 $\hat{c}(f,y)$ 和 $\hat{c}_0(f,y)$, 图 2 为 $\hat{c}(f,y)$ 的频谱。其中,零 频分量 Q_0 反映背景光强的分布, 基频分量 Q_1 包含 了所要求的位相信息。设计合适的滤波器, 将其中一 个基频分量滤出来, 然后再进行逆傅里叶变换, 最终 得到的分布可以表示为

$$G(x,y) = A_1 r(x,y) \exp\{j[2\pi f_0 x + \varphi(x,y)]\},$$
(3)

 $G_0(x,y) = A_0 \exp\{j[2\pi f_0 x + \varphi_0(x,y)]\}.$ (4)





图 2 傅里叶变换频谱图 单纯由高度引起的相位调制为

 $\begin{aligned} \Delta \varphi(x,y) &= \varphi(x,y) - \varphi_0(x,y) = 2\pi f_0 \, \overline{CD},\\ \text{对应着物体的高度分布} \, h(x,y), \text{由式(3)} \, \pi(4) \, \text{可} \\ \end{aligned}$

 $\Delta\varphi(x,y) = \operatorname{Im}\left\{ \lg \left[G(x,y) G_0^*(x,y) \right] \right\},$

其中, * 表示取共轭。由于 $\Delta \varphi(x, y)$ 被截断在(-π, π)之间,故应进行相位展开,将截断的相位恢复为 连续的相位,再利用三角形相似性可得到所测物体 的高度分布,即

$$h(x,y) = \frac{L\Delta\varphi(x,y)}{\Delta\varphi(x,y) - 2\pi f_0 d}.$$

由于物体对测量光栅条纹的调制作用,使携带 有用信息的基频分量频谱扩展,如果被测物体形状 复杂,在频谱中将体现出能量分布弥散,因此如果用 普通的数字滤波器进行处理,滤波器窗口选择过窄, 就会滤掉有用的频率成分,使恢复的高度信息不准 确;如果窗口过宽,就会将无用的高频成分也包含在 内,也不能够准确地恢复出物体的高度信息,而且测 量范围也被限制($\left|\frac{\partial h(x,y)}{\partial x}\right| < \frac{L_0}{3d}^{[12]}$)。为了扩展 测量范围,常采用 π 相移技术来消除零频^[34],但需 要测量系统中安装精密相移装置来完成 π 相移,增 加了系统的复杂性^[8]。因此,选择合适的滤波方法 关系到最终测量结果的准确度和精度,这是傅里叶 变换轮廓术中的一个关键问题。

2 基于小波滤波的理论分析

定义小波基函数为[9]

$$\Psi_{a,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\Psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right), a, \tau \in \mathbf{R}, a > 0,$$

它是一个双窗函数,其中 a 为表征频率的参数,称为 尺度, r 为表征时间或空间位置的参数。信号与小波 函数作内积得到

$$W_{\Psi}f(a,\tau) = \langle f, \Psi_{a,\tau} \rangle = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\Psi}\left(\frac{t-\tau}{a}\right) dt.$$

假定 t^*, ω^* 分别表示 Ψ 的时间窗和频率窗中 心, $\Delta_{\Psi}, \Delta_{\Psi}$ 分别表示 Ψ 的时间窗和频率窗的半径,则 小波变换 $W_{\Psi}(a,\tau)$ 将信号f限制在时间窗[$\tau + at^* - a\Delta_{\Psi}, \tau + at^* + a\Delta_{\Psi}$]和频率窗[$a^{-1}\omega^* - a^{-1}\Delta_{\Psi},$ $a^{-1}\omega^* + a^{-1}\Delta_{\Psi}$]之内。时间窗中心在 $\tau + at^*,$ 窗宽为 $2a\Delta_{\Psi};$ 频率窗中心在 $a^{-1}\omega^*,$ 窗宽为 $2a^{-1}\Delta_{\Psi}$ 。可以看 出,频窗宽度正比于其中心频率,即小波变换的频域 划分有一相对恒定的宽度。当尺度增加时,时间窗变 宽,而频率窗变窄,适合提取信号中的低频成分;当尺 度减小时,时间窗变窄,而频率窗变宽,适合提取信号 中的高频成分,因此小波变换既具有时间局部化能力,也具有频率局部化能力,称其具有多分辨率特性。

在传统的基于傅里叶变换的信号处理方法中,要 使信号和噪声的频带重叠部分尽可能小,这样,在频 域就可以通过时不变滤波方法将信号同噪声区分开。 而当它们的频谱重叠时,这种方法就无能为力了。在 傅里叶变换轮廓术中,由于被测物体复杂,零频分量、 噪声频谱与信号的有用频谱重叠,用传统的滤波方法 得不到很好的效果。但是基于小波变换的非线性滤波 是完全不同的,在这种方法中,频谱可以重叠,但是频 谱的幅度(而不是频谱的位置)不同。在小波变换域, 可以通过对小波系数进行切削、缩小幅度等非线性处 理,以达到最终滤波的目的^[10]。

小波变换有一种"集中"的能力,信号经小波变换后,可以认为有用信号产生的小波系数包含有信号的重要信息,其幅值较大,但数目较少,而噪声对应的小波系数幅值较小,通过在不同尺度上选一合适的阈

值,并将小于该阈值的小波系数置零,而保留大于该 阈值的小波系数,从而使信号中的噪声得到有效抑制,最后进行小波逆变换,得到滤波后的重构信 号^[10]。这样,就可以将傅里叶变换轮廓术测量光栅图 像中的噪声消除。

一般的滤波只要求能够去除噪声,但在傅里叶变 换测量轮廓术中,还要能够去除零频分量,可以利用 小波的多分辨率分解来去除。对变形光栅图像进行多 层小波分解(见图3),将信号的低频以及高频分量依 次分开,在不同的分解层次观察信号的特性。其中 d₁ ~ d₆是信号的细节部分,表示高频分量,a₁ ~ a₆是信 号的近似部分,表示低频分量。由图3可以看出,对信 号进行多层小波分解后,变形图像的背景光强,分布 在低频分解部分的最低层次,将测量信号减去重构后 代表直流分量的层次,就可以提取出其中代表物面信 息的基频分量。





3 计算机仿真结果及误差估计

为了方便起见,采用计算机模拟试验过程。首先 选择合适的系统参数,模拟出参考光栅和待测物体, 本文中模拟物体选用的是一球冠。根据物体的曲面方 程以及高度和相位的关系,模拟出变形光栅图像。物 面方程为

 $h(x,y) = \sqrt{R^2 - (x - N/2)^2 - (y - N/2)^2} - H.$ 式中,R为待测球冠的半径;N为投影光栅在测量平面 上的采样点数。模拟系统的参数如下:参考平面光栅 周期为8 像素/条纹,测量范围长度量化为512 像素, R 取 300 像素,H 取 256 像素,模拟变形条纹图像如图 4(b) 所示,图4(a) 为参考光栅条纹图,图4(c) 为加



人均值为0、均方差为0.02的高斯噪声后的变形条纹 图,图4(d) 是待测物体三维图形。







图5 是在有、无噪声的情况下分别采用小波分析 和 butterworth 滤波器对变形光栅图的其中一行(256 行)进行滤波处理后的傅里叶变换频谱图,其中图 5(a) 是没有噪声的条纹图,图5(b) 是加入噪声的条 纹图,图5(c) 和(d) 是对应图5(a) 和(b) 的傅里叶 变换频谱图,图5(e) 和(f) 分别是对无噪信号经小波 和 butterworth 滤波后的傅里叶变换频谱图,图5(g) 和(h) 分别是加入噪声后经小波和 butterworth 滤波 的傅里叶变换频谱图。从图5(d) 可以看到基频分量 的频谱由于调制有了拓展。由图5(e) 和(f) 可以看到 小波处理后的频谱基本没有变形,而且所有基频信息 都保留了下来,经 butterworth 滤波器处理后的频谱有 较大的变形,而且由于窗口选择过窄,信号频谱在低 频和高频拓展的部分被滤掉了,有可能丢失有用信 息。从图5(g) 和(h) 中可以看出,小波消除噪声的效 果比 butterworth 的效果要好。经分析可知采用小波基 对信号进行分解,并滤波去除零频分量后,测量范围 可以扩展到 $\left|\frac{\partial h(x,y)}{\partial x}\right| < L_0/d$,与采用普通滤波器处 理相比较,测量范围是原来的3倍。

选用 coif5 小波基对染噪信号进行多层小波分解 (图3),coifN 小波基是具有紧支撑性的正交小波。从 图3中可以看到,在分解得到的第一层细节分量基本 都是噪声,直流分量在低频分解的最低层次,去除其 中的噪声和直流分量,对信号重构,最终就可以得到 反映物面高度信息的基频分量。

图 6 是在有噪声的情况下经 butterworth(图 6(a)) 滤波和小波分析(图 6(b)) 处理后恢复的三维 图。可以看到,经小波分析后的效果好于 butterworth 滤波处理。



(a) 有噪声时 butterworth 滤波恢复图

(b) 有噪声时小波滤波恢复图

图6 三维物体重建图

图7是在有、无噪声的情况下采用小波滤波和 butterworth滤波器处理后的误差分布图,其中图7(a) 和(c)分别是在有、无噪声情况下的小波处理结果, 图7(b)和(d)分别是在有、无噪声情况下的 butterworth处理结果。可以看出,经小波处理后的测 量误差要比butterworth滤波器处理后的误差小。在没 有噪声的情况下,经小波处理后的高度最大误差是 0.089355 mm,均方差是0.015792; butterworth 滤波处 理的最大误差是0.56745mm,均方差是0.22943。加入 均值为0,均方差为0.02的高斯噪声,经小波处理后 的高度最大误差是0.19062 mm,均方差是0.047506; butterworth 滤波处理后的最大测量误差是2.1754 mm,均方差是0.30681,测量精度也得到了提高。



.

4 结束语

傅里叶变换测量轮廓术需将表征高度信息的基 频分量从变换后的频谱中分离出来,利用小波多分辨 率的特性,选择合适的小波基对信号进行处理,将有 用的基频信息保存下来,去除无用的零频分量以及高 频噪声等信息,测量范围和精度都得到了提高。

参考文献:

- TAKEDA M, MUTOH K. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3D object shapes [J]. Appl Opt, 1983, 22(24):3977-3982.
- [2] SU Xian-yu, CHEN Wen-jing. Fourier transform profilometry: a review [J]. Optics & Lasers Engineering, 2001, 35 (5):263-284.
- [3] LI Jian, SU Xian-yu, GUO Lu-rong. Improved Fourier transform profilometry of the automatic measurement of three-dimensional object shapes [J]. Opt Eng, 1990, 29 (12):1439-1444.
- [4] 陈文静,苏显渝,谭松新.傅里叶变换轮廓术中对测量系统的基本要求[J].光电子・激光,1999,10(6):535-539.

CHEN Wen-jing, SU Xian-yu, TAN Song-xin. Basic requirement for measurement system in FTP [J]. Journal of Optoelectronics · Laser, 1999, 10(6):535-539.

[5] 陈文静,苏显渝,苏礼坤,等. 利用灰度图提高 Fourier

变换轮廓术的测量精度[J].光电工程,2000,27(3):55-59.

CHEN Wen-jing, SU Xian-yu, SU Li-kun, et al. Improvement for measuring accuracy of Fourier transform profilometry with gray image [J]. Opto-Electronic Engineering, 2000,27(3):55-59.

[6] 黄尚廉,江毅.提高傅里叶变换轮廓法测量三维物体轮 廓陡峭度的方法[J].仪器仪表学报,1995,16(2):113-118.

HUANG Shang-lian, JIANG Yi. The method to improve the measurable steepness of Fourier transform profilometry for the 3D measurement [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 1995, 16(2):113-118.

- [7] 苏显渝,李继陶.信息光学[M].北京:科学出版社, 1999:187.
- [8] 陈文静,苏显渝,曹益平,等. 傅里叶变换轮廓术中抑制 零频的新方法[J]. 中国激光,2004,31(6):740-744. CHEN Wen-jing, SU Xian-yu, CAO Yi-ping, et al. New method to eliminate extension of zero component in FTP [J]. Chinese Journal of Lasers,2004,31(6):740-744.
- [9] 杨建国.小波分析及其工程应用[M].北京:机械工业出版社,2005:65-68.
- [10] 潘泉,张磊,孟晋丽,等.小波滤波方法及应用[M].北 京:清华大学出版社,2005:2-16.

(编辑 修荣荣)