文章编号:1673-5005(2008)04-0103-06

基于支持向量机和蒙特卡洛的结构可靠性 分析方法及应用

徐长航,陈国明,谢 静

(中国石油大学 机电工程学院,山东 东营 257061)

摘要:将支持向量机作为极限状态函数重构的工具引入结构可靠性分析问题中,并结合蒙特卡洛方法,分别给出了 模式识别型和函数回归型两种支持向量机(SVM)模型应用于结构可靠性分析的计算流程图。结合数值算例,对两 种支持向量机模型在结构可靠性问题的应用方面进行了对比,并研究了训练样本数目、核函数类型、模型参数的取 值以及随机变量数目等因素对可靠性分析结果的影响。最后以某自升式平台为工程对象,进行了考虑多个随机变 量的结构可靠性评估。结果表明:在应用支持向量机方法进行极限状态函数重构时,无论是模式识别型 SVM 模型还 是函数回归型 SVM 模型均可取得良好的效果,前者对模型参数的敏感程度大于后者;支持向量机理论作为极限状态 函数重构工具与蒙特卡洛方法相结合,可有效解决大型复杂工程结构可靠性分析精度和效率问题。 关键词:支持向量机;蒙特卡洛方法;极限状态函数重构;结构可靠性分析;自升式平台 中图分类号:TB 114.3 文献标识码:A

Structural reliability analysis method based on support vector machines and Monte Carlo and its application

XU Chang-hang, CHEN Guo-ming, XIE Jing

(College of Mechanical and Electronic Engineering in China University of Petroleum, Dongying 257061, Shandong Province, China)

Abstract: Support vector machines (SVM) was introduced to structural reliability analysis as a tool for reconstruction of limit state function. Combined with Monte Carlo method, two computation flow diagrams applied to structural reliability analysis were given based on support vector classifier and support vector regress. The two models were numerically compared from the application of structural reliability. The effects of several factors including count of sampling, type of kernel function, value of model parameter and number of random variable on the reliability analysis were analyzed. Structural reliability considering multiple random variables was evaluated for a Jack-up platform by the presented approach. The results show that both support vector classifier and support vector regress can be effectively used to the reconstruction of limit state function, and the former is more sensible to the model parameter than the latter. The approach is effective on improving computational efficiency and accuracy of structural reliability analysis for large and complicated engineering structures.

Key words: support vector machines(SVM); Monte Carlo method; reconstruction of limit state function; structural reliability analysis; Jack-up platform

大型复杂工程结构可靠性问题的极限状态函数 通常具有高维数、隐式表达和非线性等特征,不仅限 制了传统可靠性分析方法的直接应用,同时也导致 可靠性分析过程的计算量过大,从而影响了各种方 法在工程实际中的推广应用^[12]。蒙特卡洛模拟 (Monte Carlo simulation, MCS)法作为求解结构可靠 性的重要方法之一,具有较高的求解精度。但是由 于工程上进行结构可靠性分析时通常需要借助有限 元方法获得结构响应,因此计算效率低下是导致该 方法不适用于工程结构可靠性问题的主要原因。对

收稿日期:2008-04-17

基金项目:国家自然科学基金项目(50679083)

作者简介:徐长航(1976-),男(汉族),山东巨野人,讲师,博士,从事海洋工程装备结构分析与安全评估方面的科研及教学工作。

隐式极限状态函数进行显式化重构处理是解决上述 问题的重要途径之一,近年来包括神经网络、响应面 法在内的很多方法已成为极限状态函数重构工 具^[33],统计学习理论的支持向量机(support vevctor machines, SVM)方法是机器学习技术领域的最新研 究成果之一,近年来也在结构可靠性领域得到一定 的应用^[68]。笔者在前人研究基础上给出支持向量 机应用于结构可靠性分析的详细计算流程,并对影 响可靠性分析结果精度的多种因素开展较为详细的 研究,最后以某自升式钻井平台为工程实例验证模 型的应用效果。

1 支持向量机理论简介

支持向量机是由 Vapnik 基于统计学习理论提 出的一种机器学习方法,基本思想是应用内积函数 定义的非线性变换将输入空间转化到一个高维空 间,从而将优化问题转化为一个凸二次规划问题以 得到全局最优解^[9-10]。支持向量机采用结构风险最 小化原则,因此具有良好的通用性与推广性,适用于 样本数目较少情况下的机器学习问题。

1.1 模式识别型支持向量机

支持向量机是从线性可分情况下的最优分类面 发展而来的。给定样本集: $(x_i, y_i), i = 1, 2, ..., n,$ $x_i \in \mathbb{R}^n, y_i \in \{+1, -1\}, 如果 H 不仅能够将两类样$ 本完全分开,且使得分类间隔最大,则称 H 为最优分类面。可以将最优分类面的构造转化为如下二次规划问题^[7]:

$$\max W(\alpha) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{n} \alpha_i \alpha_j y_i y_j (x_i \cdot x_j).$$
(1)

约束条件:

$$\sum_{i=1}^{n} y_i \alpha_i = 0, \quad C > \alpha_i \ge 0.$$
 (2)

式中, α_i 为与每个样本对应的 Lagrange 乘子。

对于非线性问题,可以引人核函数将输入空间 转化为某个高维空间中的线性问题,目前常用的核 函数有径向基核函数、多项式核函数以及多层感知 器核函数等。引人核函数后求解广义最优函数的目 标函数式就变为

$$\max W(\alpha) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{n} \alpha_i \alpha_j y_i y_j K(x_i \cdot x_j). \quad (3)$$

对于式(2)和式(3)所示的二次规划问题,存 在惟一解,而且容易证明解中只有一部分 α_i 不为 零,它们所对应的样本就是支持向量。设 $\alpha^0 = (\alpha_1^0, \alpha_2^0, \dots, \alpha_n^0)$ 为其解,则上述问题的最优分类函数为

$$f(x) = \operatorname{sgn}\left(\sum_{i=1}^{\xi \neq i} y \alpha_i^0(x \cdot x_i) + b_0\right).$$
(4)

1.2 函数回归型支持向量机

函数回归型支持向量机的原理与模式识别型支持向量机相类似,但是样本集 (x_i,y_i) 中的 $y_i \in \mathbf{R}$ 。 该类型转化后的二次规划问题为

$$\max W(\alpha) = -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{n} (\alpha_i^* - \alpha_i) (\alpha_j^* - \alpha_j) (x_i \cdot x_j) +$$

$$\sum_{i=1}^{n} \gamma_i \gamma_i (\alpha_i^* - \alpha_i) + \varepsilon \sum_{i=1}^{n} (\alpha_i + \alpha_i^*).$$
(5)

约束条件:

$$\alpha_i \ge 0, \ 0 \le \alpha, \ \alpha^* \le C. \tag{6}$$

式中, e 为回归精度; C 为惩罚因子, 表示对误差超出 e 的样本的惩罚程度。同样可以求得最优回归函数 为

$$y = \sum_{i=1}^{n} (\alpha_{i}^{*} - \alpha_{i})(x_{i} \cdot x) + b^{*}.$$
 (7)

式中,与 α_i - α^* ≠ 0 相对应的样本数据为支持向量。

2 支持向量机在结构可靠性分析中 的应用基础

2.1 基于模式识别的结构可靠性 SVM-MCS 分析

载荷作用下结构的可能状态为安全状态、临界 状态和失效状态三者之一,分别对应极限状态函数 Z = g(X) > 0, Z = g(X) = 0 和 Z = g(X) < 0 的情况(X 为随机变量集合)^[1]。如果把临界状态与失效状态合并,则结构可靠性问题其实可以看作一个模式识别问题,即

 $I[g(X)] = \begin{cases} +1, g(X) > 0, 结构处于安全状态, \\ -1, g(X) \le 0, 结构处于临界或失效 \\ 状态. \end{cases}$

(8)

对随机参数向量 X 按照某种规则进行取值,得 到 m 个随机参数向量 $X^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i), i = 1, 2,$ …,m。将 X^i 和所对应结构所处状态的指示值 $I[g^i(X)]$ 分别作为支持向量机模型的输入和期望 输出,组成训练样本{ $\{X^i,\}, I[g^i(X)]\}, i = 1, 2,$ …,m。支持向量机通过对训练样本的学习,找到结 构安全状态和失效状态之间的最优分类面,将其作 为对 g(X) 的有效逼近。在此基础上,结合蒙特卡洛 模拟法给出了基于模式识别的结构可靠性分析 SVM-MCS 方法的计算流程,如图1 所示。



图1 基于模式识别的结构可靠性 SVM-MCS 分析计算流程

从图1中可以看出,该方法以有限次结构分析 为代价,利用支持向量机获得对实际极限状态函数 的重构,然后利用蒙特卡洛方法直接对训练合格的 SVM 模型进行模拟得到结构失效概率结果。由于 MCS 模拟过程中不再涉及到结构分析,因此大大降 低了可靠性分析过程的计算量。鉴于 MCS 方法的精 度仅与模拟次数相关(对于给定的极限状态函数), 因此 SVM-MCS 法的计算精度主要取决于极限状态 函数的重构效果。许多研究表明,由于支持向量机具 有良好的学习性能和推广性能,与神经网络等其他 方法相比,这种方法更适用于此类小样本机器学习 问题,因此 SVM-MCS 方法中极限状态函数的重构 精度是可以保证的^[4,7]。

2.2 基于函数回归的结构可靠性 SVM-MCS 分析 与模式识别型支持向量机不同的是,用于结构 可靠性分析的函数回归型支持向量机的目的是得到 随机变量 X 与连续变化的 g(X) 之间的关系,而非 I[g(X)]。因此在使用蒙特卡洛方法对训练后的 SVM 模型进行失效概率计算时,尚需要附加一个确 定I[g(X)]的步骤,计算流程其他部分与图1相似, 这里省略。需要指出的是,虽然二者在计算流程上非 常相似,但是它们对于极限状态函数的重构在机理 和计算方法上均有所不同,因此在应用时需要加以 区分。

3 数值算例及影响因素分析

为了便于说明问题,将可靠性问题的极限状态 函数假设为如下所示的二维非线性函数:

 $Z = g(X) = 3 - 0.1x_1^3 - x_2.$ (9) 式中, x_1 和 x_2 为相互独立的标准正态随机变量,应 用蒙特卡洛模拟得到的失效概率为 3.7 × 10⁻³。

分别对 x₁ 和 x₂ 在[-4,4] 范围内等间距离散为 9 个点,然后将两个随机变量进行两两组合,共得到 81 个训练样本。

3.1 支持向量机类型的影响

将基于函数回归型和模式识别型的两种可靠性 SVM-MCS分析方法用于求解式(9)所示的可靠性 问题,为具有对比意义,两类支持向量机模型的核函 数均采用径向基函数,模型参数分别为:*C*=2000,*e* =0.01,基于模式识别的支持向量机 y=0.7,基于 函数回归的支持向量机 y=0.01。对比研究了二者 在学习能力、重构效果以及失效概率计算结果等方 面的差异。经研究表明,二者都能实现对训练样本 的100%正确分类,即二者在学习能力上相当。由 图2所示极限状态函数的重构结果可知,两种支持 向量机模型从不同角度均可以达到良好的效果。应 用蒙特卡洛法对模式识别型和函数回归型两种 SVM 模型的重构结果进行模拟计算,得到失效概率 分别为3.68×10⁻³和3.81×10⁻³,具有较好的计算 精度。另外在训练过程中还发现,与模式识别型支持向量机相比,函数回归型支持向量机的计算速度 稍差,但是其收敛性对于模型参数和训练数据等因 素的挠动不敏感,这个特点对于该方法的工程应用 非常有利。



图 2 两种支持向量机模型对极限状态函数的重构效果

3.2 不同核函数的影响

0. [(X))*8*]]

在训练样本数目 N=81,惩罚参数 C=2000,精 度 $\varepsilon = 0.01$ 的情况下,分别利用径向基核函数($\gamma =$ 0.01)、多项式核函数(二次、三次多项式函数)以及 多层感知器核函数(a=0.02, b=-1),构造出四种 函数回归型支持向量机模型。使用这四个模型通过 对训练样本数据进行学习实现对式(9)重构,最后 借助蒙特卡洛方法对重构后的极限状态函数进行模 拟计算得到失效概率。研究表明,采用不同的核函 数会对极限状态函数重构效果以及失效概率的计算 结果产生一定的影响。本例中以三次多项式函数和 径向基函数为核函数的 SVM 重构效果最好、失效概 率计算精度也最高,多层感知器核函数次之,二次多 项式最差。分析其原因,由于核函数的功能是将输 入空间进行非线性转化,核函数本身的非线性特征 是决定其转化效果的重要因素,因此在具体应用时 需要根据极限状态函数的非线性特征选择合适的核 函数。

MCS、二次多项式核函数、三次多项式核函数、 多层感知器核函数及径向基核函数对应的失效概率 分别为 3. 70 × 10⁻³, 3. 94 × 10⁻³, 3. 73 × 10⁻³, 3. 75 × 10⁻³, 3. 68 × 10⁻³。

3.3 模型参数取值的影响

支持向量机模型参数包括两部分:核函数参数 (如径向基函数的 γ)和模型参数(ε 和 C),如何对 这些参数进行取值是一件相对困难的事情,目前尚 未找到成熟的理论方法可以借鉴。本文中主要考察 了函数回归型支持向量机模型的学习精度参数 ε 对 失效概率计算精度的影响。当 ε = 0.1,0.01,0.001 时,SVM-MCS 模型的失效概率计算值分别为 3.68 ×10⁻³,3.68×10⁻³,3.36×10⁻³。这说明,在一定 范围内模型预测精度随着 ε 的减小而提高,但是当 ε 减小到一定程度后,预测精度的提高程度变得非 常微小。这主要是由于 ε 减小可以使支持向量的数 目增加,从而提高模型的计算精度,但是对于给定训 练样本而言其支持向量的总数一定。因此 ε 宜取为 适当较小的值(取值过大则精度难以保证,过小无 益于计算精度的提高且降低计算效率),这里推荐 取 ε =0.01。

3.4 训练样本数目的影响

以基于函数回归支持向量机模型为例(核函数 取为径向基核函数),分别对训练样本数目 N_{rs} = 25,81,121 三种情况下,支持向量机模型的学习情 况、重构效果、失效概率结果以及计算精度进行了比 较,为了使比较更有意义,还使用人工神经网络的 BP 网络模型进行了相同条件的计算,计算结果如表 1 所示。

表1 不同训练数目下失效概率计算结果 10⁻³

MCS	回归型 SVM-MCS			BP 网络		
	$N_{\rm TS} = 25$	$N_{\rm TS} = 81$	$N_{\rm TS} = 121$	$N_{\rm TS} = 25$	$N_{\rm TS} = 81$	$N_{\rm TS} = 121$
3. 70	3.95	3.68	3.69	2. 55	3.14	3. 82

研究表明,支持向量机模型对不同数目的训练 样本都能得到很好的学习效果,即实现对训练样本 的正确识别。但是训练后的支持向量机模型的重构 效果却因训练样本数目的不同有着很大的差异:当 样本数目较少时,重构后的极限状态函数与实际极 限状态函数存在较大差别;随着训练样本数目的增 加,重构的效果会越来越好;当样本数目增加到一定 程度时,重构效果变化不再明显,失效概率的计算结 果同样存在这种变化趋势(表1)。究其原因,主要 是因为当训练样本的数目已经足以精确刻划出极限 状态函数时,此后样本数目的继续增加,已基本上不 再引起支持向量数目的变化,因此对重构效果的影 响不再明显。对比表1中SVM和BP网络的计算结 果可以发现,当样本数目较多时二者均可得到较高 的计算精度,但是随着训练样本数目的减少,SVM 的计算精度明显优于后者,说明了SVM 对于小样本 机器学习问题的良好话用性。

4 工程算例及结果分析

以东海海域某自升式钻井平台为例,应用本文 中提出的 SVM-MCS 算法进行了平台在风暴自存状 态下结构可靠性分析计算。有关平台的结构和环境 参数及载荷计算,以及结构分析有限元模型等信息 可以参阅文献[7],[11],这里仅对表 2 中涉及到的 7 个随机变量加以描述。若以平台甲板的最大水平 位移 D_{max} 为可靠性控制目标(D_{max} 是上述 7 个随机 变量的函数),则相应极限状态函数可以表示为 $Z = g(X) = C - D_{max}(C_D, C_M, u, F_W, M_D, \rho, \gamma).$ (10) 式中,常数 C 为人为设定的最大位移界限值; D_{max} 由 结构有限元计算得到,因此该函数为典型的非线性 隐式极限状态函数。

表 2 随机变量及统计特征

变量名称及符号	分布类型	均值μ	方差σ	类型
拖曳力系数 C _D	对数正态分布	1.0	0.2	环境载荷参数
惯性力系数 C _M	对数正态分布	2. 0	0.3	环境载荷参数
海流流速 u⁄ (m·s⁻¹)	正态分布	0.8	0. 1	环境载荷参数
风载 F _w /N	正态分布	1. 23 × 10 ⁶	1.23×10^{5}	环境载荷参数
甲板质量 M _D /kg	正态分布	1. 1 × 10 ⁷	1. 1 × 10 ⁶	结构模型参数
阻尼系数 ρ	对数正态分布	0.025	0.0025	结构模型参数
土壤有效重度 y/(N・m ⁻¹)对数正态分布	随深度而变	0.1γ	基础模型参数

根据文献[7]提出的"规则+随机"训练样本点 设计方法,确定出 500 个样本点 X,借助平台结构有 限元模型计算与每一个样本点 X 对应的结构响应 D_{max} 并得到g(X),将 X 与对应的g(X)组成的样本 分为两部分,其中 335 作为训练样本供函数回归型 SVM 进行学习,然后用 165 个样本对训练后的 SVM 模型的预测精度进行检验。图 3 中给出了 SVM 预 测结果与有限元计算结果的比较,图 4 则是利用预 测后 SVM 进行蒙特卡洛模拟得到的平台在 50 a 一 遇和 100 a 一遇风暴状态下结构可靠性概率,即 Z = g(X) > 0的概率。从图 3 和图 4 可以看出,训练后 的 SVM 能够实现对极限状态函数的较为精确的模 拟,从而为结构可靠性计算结果的精度提供了保证。 更为重要的是,SVM 方法对于式(10)的高精度预测 性能仅仅是以 335 次有限元计算为代价,对于一个 具有7个随机变量的可靠性问题而言,这种方法在 计算效率上体现出较为明显的优势。



5 结 论

(1)将结构可靠性问题转化为模式识别或函数 回归问题,以支持向量机为极限状态函数的重构工 具,结合蒙特卡洛方法可以较好地解决大型复杂工 程结构可靠性分析的计算精度和效率问题,为后续 进行老龄海洋平台状态评估奠定基础。

(2) 在应用支持向量机方法进行极限状态函数 重构时,无论是模式识别型 SVM 还是函数回归型 SVM 均可取得良好的效果,前者对模型参数的敏感 程度大于后者;核函数对于重构效果具有一定的影 响,需要根据极限状态函数的非线性特征加以选取; 回归型 SVM 的参数 e 适宜取为适当较小的值;一般 来说,样本数目越大重构效果越好,但是当数目增加 到一定程度时,对重构效果的提高没有明显的效果。

参考文献:

- [1] 赵国藩.工程结构的可靠性理论[M].大连:大连理工 大学出版社, 1995.
- [2] 吴斌, 欧进萍, 张纪刚, 等. 结构动力可靠度的重要抽
 样法[J]. 计算力学学报, 2001, 18(4):478-482.
 WU Bin, OU Jin-ping, ZHANG Ji-gang, et al. Impor-

tance sampling techniques in dynamical structural reliability [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2001,18(4):478-482.

- BUCHER C G, BOURGUND U. A fast and efficient response surface approach for structural reliability problem
 [J]. Structural Safety, 1990,7:57-66.
- [4] 侯国祥, 徐凯, 朱海林,等. 应用神经网络——蒙特卡罗法的可靠性分析方法[J]. 华中科技大学学报:自然科学版, 2002,30(4):84-86.
 HOU Guo-xiang, XU Kai, ZHU Hai-lin, et al. Reliability analysis method based on artificial neural networks-Monte Carlo method[J]. J Huazhong Univ of Sci & Tech (Nature Science Edition), 2002, 30(4):84-86.
 [5] HURTADO J E, ALVAREZ D A. Neural-network-based
- reliability analysis: a comparative study [J]. Comput Methods Appl Mech Engrg, 2001,191(9):113-132.
- [6] HURTADO J E. An examination of methods for approximating implicit limit state functions from the viewpoint of statistical learning theory [J]. Structural Safety, 2004, 26 (3):271-293.
- [7] 徐长航. 自升式平台结构动力可靠性分析与评估 [D].东营:中国石油大学机电工程学院,2004.

 [8] 李洪双,吕震宙,岳珠峰.结构可靠性分析的支持向 量机方法[J].应用数学与力学,2006,27(10):1136-1143.
 LI Hong-shuang,LÜ Zhen-zhou,YUE Zhu-feng. Sup-

port vector machine for structural reliability analysis [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2006, 27 (10):1136-1143.

- [9] VAPNIK V. The nature of statistical learning theory [M]. NewYork: Springer, 1995.
- [10] CORTES C, VAPNIK Vladimir N. Support vector networks[J]. Machine Learning, 1995, 20(3):273-297.
- [11] 徐长航,陈国明,谢静,等.风暴状态下自升式平台 非线性动力分析[J].石油大学学报:自然科学版, 2003,27(4):80-83.

XU Chang-hang, CHEN Guo-ming, XIE Jing. Nonlinear dynamic analysis model for Jackups under extreme storm condition[J]. Journal of the University of Petroleum, China(Edition of Natural Science), 2003, 27(4): 80-83.

(编辑 修荣荣)

(上接第102页)

- [3] 严世华. 浅谈海上边际油气田的开发[J]. 中国海洋平 台,2007,22(6):7-10.
 YAN Shi-hua. Introduction of exploration and exploitation for offshore marinal field[J]. China Offshore Platform, 2007,22(6):7-10.
- [4] WANG S. Dynamic simulation and control system design for gas-liquid cylindrical cyclone separators [R]. SPE 49175,1998.
- [5] GOMEZ L E, MOHAN S, SHOHAM O. Enhanced mechanistic model and field design of gas-liquid cylindrical cyclone separators [R]. SPE 49174, 1998.
- [6] INTA A, ARAPANDI, ASHUTOSH R Joshi, et al. Hydrodynamics of two-phase flow in gas-liquid cylindrical cyclone separators [R]. SPE 30683, 1996.
- [7] KOUBA G E, SHOHAM O, SHIRAZI S. Design and performance of gas-liquid cylindrical cyclone separators [C]//Proceedings of the BHR Group 7th International Meeting on Multiphase Flow, Cannes, France, June7-9,

1995.

- [8] TAITEL Y, DUKLER A E. A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gasliquid flow [J]. AICHE Journal, 1976,22(1):47-54.
- [9] GOMEZ L E, OVADIA Shoham, KOUBA G E. Enhanced mechanistic model and field-application design of gas/liquid cylindrical cyclone separators[R]. SPE 62487, 2000.
- [10] 曹学文,林宗虎,黄庆宣,等.新型管柱式气液旋流分 离器[J].天然气工业,2002,22(2):71-75.
 CAO Xue-wen, LIN Zong-hu, HUANG Qing-xuan, et al. Novel gas-liquid cylindrical cyclone [J]. Natural Gas Industry,2002,22(2):71-75.
- [11] 冯叔初,郭揆常,等.油气集输与矿场加工[M].东 营:中国石油大学出版社,2006.
- [12] CHIRINOS W A, GOMEZ L E, WANG S, et al. Liquid carry-over in gas-liquid cylindrical cyclone compact separators[R]. SPE 56582, 1999.

(编辑 沈玉英)