文章编号:1673-5005(2009)04-0098-05

垂直压裂水平井非稳态条件下的产能分析

廉培庆1,同登科2,程林松1,孙 海2

(1. 中国石油大学 石油天然气工程学院,北京 102249; 2. 中国石油大学 数学与计算科学学院,山东 东营 257061)

摘要:应用 Green 函数和 Newman 积原理,推导出垂直压裂水平井在非稳态条件下生产时的压降公式,建立压裂水平井 井筒与油藏耦合的新模型,并给出求解方法。实例计算结果表明:水平井的产量随时间是不断减小的,经过一定时间, 流动达到拟稳态;井筒内存在一定的压力降;摩阻对压裂水平井生产动态有一定影响;水平井长度对产量有一定的影 响,而且水平井长度存在最优范围;各条裂缝产量不相等,裂缝条数存在最优范围。

关键词:水平井; 非稳态; 产能; 压降; 裂缝

中图分类号:TE 328 文献标识码:A

Analysis of productivity in unsteady state of vertical fractured horizontal well

LIAN Pei-qing¹, TONG Deng-ke², CHENG Lin-song¹, SUN Hai²

(1. Faculty of Petroleum Engineering in China University of Petroleum, Beijing 102249, China;

2. College of Mathematics and Computational Science in China University of Petroleum, Dongying 257061, China)

Abstract: According to Green function and Newman's product principle, the pressure drop function of the vertical fractured horizontal well in unsteady state was concluded, and a new reservoir model coupled with wellbore was developed. In order to solve this problem, a new method was given. The computational results for a practical example show that the productivity decreases as the time increasing, and the flow reaches pseudo-steady state after a long time. There exists the pressure drop along the wellbore. The friction has certain effect on production performance of fractured horizontal well. The length of horizontal wellbore also has effect on output and has an optimum range. The flow rate of each fracture is not equal, and the number of fractures has an optimum range.

Key words: horizontal well; unsteady state; productivity; pressure drop; fracture

对于低渗透油藏,仅采用水平井开发往往达不 到所预期的开发效果,为此,常采用水力压裂产生多 条裂缝,从而增加水平井的产能。目前,虽然很多学 者对压裂水平井进行了研究,但研究的内容往往是 假设油藏内的流动是稳态的^[13],没有考虑时间对水 平井产量的影响。笔者针对压裂水平井的研究现 状,综合考虑各种影响因素,建立低渗透油藏垂直压 裂水平井非稳态流动的无限导流模型和有限导流模 型,并给出求解方法。

1 油层中的渗流模型

1.1 油藏模型

考虑上顶下底封闭的无限大油藏中的水平井模

型(图1),在该模型中假设水平井被分成若干段,油 藏中的流体向每一小段流动。水平井半径为 r_w ,长 度为L,井在油藏中的位置坐标为 $(x_0, y_1, z_0) \sim (x_0, y_2, z_0)$,且与y轴平行。油藏是非均质的,高度为h, 孔隙度 φ 为常数,x, y, z方向上的渗透率分别为 k_x , k_y, k_z 。在水平井的水平段进行压裂,压出s条垂直 裂缝,裂缝等距离分布并且穿过整个油层厚度,裂缝 的半长为 $x_t/2$,与y轴平行方向上的宽度为d。在 水平段没有进行补孔,流体将先从地层流入裂缝,然 后沿裂缝流入井筒,所以压裂水平井产量为各条裂 缝产量之和。流体是单向微可压缩的,在初始时刻, 整个油藏的压力为常数 p_{ini} 。

收稿日期:2008-12-05

基金项目:国家"863"项目(2006AA06Z236);中石油创新基金项目(07E1020)

作者简介:廉培庆(1983-),男(汉族),山东单县人,博士研究生,从事渗流理论及油藏数值模拟方面的研究。



图1 上顶下底封闭无限大油藏中压裂水平井模型

Fig. 1 Fractured horizontal well model in a reservoir with sealed top and bottom boundaries

应用 Green 函数和 Newman 积原理,垂直于井 筒且与y轴距离为 y_0 、产量为 q_f 的裂缝在任意时刻 (t > 0) 和任意位置(0 ≤ z ≤ h) 处的压降为^[45]

$$\Delta p_{\rm f} = p_{\rm ini} - p(x, y, z, t) = \frac{q_{\rm f} \mu B}{\alpha x_{\rm f} h d} \int_0^t S_1 S_2 S_3 d\tau, \quad (1)$$

其中

$$\begin{split} S_{1}(x,x_{0},\tau) &= \\ \frac{1}{2} \Big[\operatorname{erf} \Big(\frac{x_{t}/2 + (x - x_{0})}{2\sqrt{k_{x}\tau/\alpha}} \Big) + \operatorname{erf} \Big(\frac{x_{t}/2 - (x - x_{0})}{2\sqrt{k_{x}\tau/\alpha}} \Big) \Big] , \\ S_{2}(y,y_{0},\tau) &= \\ \frac{1}{2} \Big[\operatorname{erf} \Big(\frac{d/2 + (y - y_{0})}{2\sqrt{k_{y}\tau/\alpha}} \Big) + \operatorname{erf} \Big(\frac{d/2 - (y - y_{0})}{2\sqrt{k_{y}\tau/\alpha}} \Big) \Big] , \\ S_{3}(z,z_{0},\tau) &= 1 + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \exp \Big(-\frac{n^{2}\pi^{2}k_{z}t}{\alpha h^{2}} \Big) \sin \frac{n\pi}{2} \times \\ \cos \frac{n\pi z_{0}}{h} \cos \frac{n\pi z}{h} , \\ \alpha &= \varphi \mu C_{t}. \end{split}$$

式中, x_0 , y_0 , z_0 分别为裂缝在x,y,z轴方向的坐标; S_1, S_2 和 S_3 为点(x_0, y_0, z_0)处的瞬间点变换函数 (Green 函数)^[6]。

在式(1) 中,未知变量只有时间 t,因此式(1) 可以看成时间 t 的函数,可写为

$$\Delta p_f = (p_{ini} - p) = q_f F(t) . \qquad (2)$$

利用时间和空间的叠加,即可建立压裂水平井 井筒与油藏耦合的无限导流模型和有限导流模 型^[7-10]。

1.2 无限导流井筒模型

为了便于计算,当裂缝条数为s时,把水平井划 分成 8 段,裂缝位于每个水平井小段的中央。第一段 是最靠近根端的段,第 8 段为最靠近指端的段。假设 裂缝的压力节点位于水平井井筒的中央,裂缝节点 压力等于所在处的井筒压力。水平井井筒是无限导 流的。式(2)给出的稳流解适用于每一条裂缝。进行 空间上的压力叠加时考虑各裂缝之间的相互作用。 在 Δt 时刻,有

$$\sum_{j=1}^{3} q_{ij} F_{ii,ij}(\Delta t) = p_{ini} - p_{ii}.$$
 (3)

式中, $p_{ini} - p_{ii}$ 表示第i个裂缝在压力节点处的压降, 它由裂缝条数、裂缝长度和宽度决定;F_m 振示第 n 个裂缝对第 m 个裂缝的影响,这里 m 是裂缝号。

s条裂缝有s个未知量q,为了使方程组有唯一 解,需要s个方程。通过给定第一个裂缝压力与其他 裂缝压力的差,可以得到s-1个方程。例如,第一个 裂缝压力与第 m 个裂缝压力的差为

 $\Delta p_{0} - \Delta p_{in} = p_{in} - p_{0} = q_{0} [F_{0,0}(\Delta t) - F_{in,0}(\Delta t)] +$ $q_{\mathcal{D}}[F_{f1,f2}(\Delta t) - F_{fm,f2}(\Delta t)] + \cdots + q_{ft}[F_{f1,fs}(\Delta t) F_{\text{fm},\text{fs}}(\Delta t)$]. (4)

由于假设井筒无限导流,可知井筒压力为常数, 各条裂缝在节点处的压力相等,所以式(4) 左端等 于0。在这个点只需另外一个方程就可求出唯一解。 如果井的总产量或井底流压给出,就可以给出井的 一个流量约束。如果井的总产量0已知,最后一个方 程为

$$Q = q_{\mathrm{fl}} + q_{\mathrm{f2}} + \cdots + q_{\mathrm{fs}}.$$

如果井底流压已知,最后一个方程为

 $\Delta p_{\rm fl} = p_{\rm ini} - p_{\rm fl} = q_{\rm fl} F_{\rm fl,fl} (\Delta t) + q_{\rm fl} F_{\rm fl,fl} (\Delta t) + \dots +$ $q_{f_{t}}F_{f_{t}}(\Delta t).$

式中,pn 为第一个井段的节点压力,等于给定的井 底流压。

求解上面的s个方程组成的方程组,第一个时 间步每个节点的q值可以计算出来。运用时间叠加, 可以得到任意时刻的值。

假定每个时间段的步长均为 Δt ,则当 $t = n\Delta t$ 时 (第n个时间段的结尾),对第i条裂缝,可以得到

$$p_{ini} - p_{fi}(n\Delta t) = \sum_{j=1}^{i} \left(q_{fj}(\Delta t) F_{fi,fj}(n\Delta t) + \sum_{k=2}^{n} (q_{ij}(k\Delta t) - q_{fj}((k-1)\Delta t)) F_{fi,fj}((n-k+1)\Delta t)) \right), \quad i = 1, 2, \cdots, s.$$
(5)

与第一个时间段的处理一样,上述方程组加上 约束方程,可组成封闭方程组求解,得到第n个时间 段的不同裂缝的产量分布。这样循环下去,可得到所 有时间步的结果。

1.3 有限导流井筒模型

利用井筒为有限导流的假设,建立上顶下底封 闭的无限大油藏中的压裂水平井的半解析模型。在 这个模型中,依然把水平井划分成若干小段。裂缝位 于每个小段的中央。在每一段中,用裂缝流动模型的 计算结果描述油藏的流体流动,井筒中的流体流动

. 99 .

考虑摩阻的影响。

如图 2 所示,井筒被分成 s 个小段,第一段表示 井的跟端,第 s 段表示井的指端。在该问题中有 4s 个 未知变量:① 油藏节点压力 $p_1, p_2, \dots, p_i;$ ② 裂缝的 节点压力 $p_n, p_n, \dots, p_k;$ ③ 从油藏节点到裂缝节点 的流量 $q_1, q_2, \dots, q_s;$ ④ 裂缝间的流量 q_n, q_n, \dots, q_u 。





well model

(1)质量守恒方程。由质量守恒定律,井筒内的各节点的流量应与油藏流入的流量平衡。为简单起见,假设井筒内的流体密度为常数,可以得到 s 个裂缝节点的质量守恒方程为

$$q_{fn} = \sum_{i=n}^{n} q_i, n = 1, 2, \cdots, s.$$
 (6)

(2) 压力连续性方程。油藏的节点压力位于裂缝的边界上,裂缝的节点压力位于水平井的中心位置。由于裂缝的横截面积远远大于水平井筒横截面积,所以裂缝内的流动从裂缝边缘向井筒周围聚集,如果忽略重力的影响,可以近似看成地层厚度为 d、表皮因子为 S、流动半径为 √x_th/π、边界压力为 p_{ii}的平面径向流,有如下表达式成立:

$$p_{i} - p_{ti} = \frac{q_{i}\mu B}{2\pi k_{i}d} \ln\left[\frac{1}{r_{w}}\sqrt{\frac{x_{i}h}{\pi}} + S\right], \ i = 1, 2, \cdots, s.$$
(7)

(3) 流动方程。对所有裂缝进行空间上的叠加 得到的方程就是流动方程,式(5) 就是第i个裂缝在 第n个时间段($t = n\Delta t$)的流动方程。这样的方程共 有s个。

(4) 压降方程。取井筒上第*j*条裂缝和第*j*-1条 裂缝之间的小段进行分析,如图3所示。第*j*-1条裂 缝的节点压力为 $p_{r(j-1)}$,第*j*条裂缝的节点压力为 p_{g} 。 流体从第*j*条裂缝流向第*j*-1条裂缝的过程中,由于 没有流体流入,井筒内只存在壁面剪切应力造成的 摩擦压力降 $\Delta p_{u,j}$,记为

 $\Delta p_{w,j} = p_{f(j-1)'} - p_{fj} = \tau_w \pi D \Delta x / A = 2\tau_w \Delta x / r_w.$ (8) 式中,D 为井筒直径。

取 $\tau_w = f\rho v^2 / 8$, f 为摩阻因子,则式(8) 可写为

$$\Delta p_{w,j} = f_j \frac{\rho_j v_j^2}{4r_w} \Delta x.$$

由于问题的复杂性,在实际计算中,一般采用数 值计算方法分段求出各段压降:

$$\Delta p_{w,j} = p_{f(j-1)} - p_{fj} = \frac{8f_j \rho q_{fj}^2 l_j}{\pi^2 D^5}, \ j = 2, 3, \cdots, s.$$
(9)

式中, f_i 为第j个水平段的摩阻因子; l_i 为第j个水平段的长度。



图 3 水平井井筒流动分析示意图 Fig. 3 Sketch map of flowing in

horizontal wellbore

(5)约束方程。模型可以使用流量约束和井底 流压约束,选择其中的任意一个构造方程组。

流量约束方程为

$$\sum_{i=1}^{n_{\text{seg}}} q_i - Q_{\text{max}} = 0,$$

井底流压约束方程为

 $p_{w,fl} - p_{wf,min} = 0.$

式中,Q_{max} 为希望的最大流量;p_{wf,min} 为已知的井底 流压。

对时间的叠加表明可改变任意时刻的约束。对 于已知流量的情况,一旦井底流压达到最小值,就可 使用井底流压约束,并且流量也可计算出来。

2 求解方法

在无限导流模型中,式(5)表示第一个裂缝在 第n个时间段($t = n\Delta t$)的流动方程。同样可得到其 他井段的流动方程,这样的方程共有s个。加上约束 方程,一共s+1个方程,求解s+1个未知数(s个节 点流量和1个井筒压力)。为了提高计算效率,使用 Gauss 列主元消去法求解这个线性方程组。

有限导流模型中共有4s个未知量和4s个方程, 可以求出方程组的解。在实际求解过程中,利用质量 守恒定律,可消去裂缝的节点流量,从而减少了方程 组的个数,使计算的效率大大提高。化简之后,只剩 下 3s 个未知量,其中包括裂缝的节点压力 pn,pa, …,pa,油藏的节点压力 p1,p2,…,p,和油藏节点流 量 q1,q2,…,q,。这些未知量可利用式(5),(7),(9) 加上约束方程组成的 3s 个方程组求解。由于方程组 是非线性的,使用牛顿-辛普森法求解。

3 实例计算及敏感性参数分析

某油田中一口压裂水平井,裂缝和水平井参数如下:油层厚度为8m,油藏条件下的油密度为0.9143 g/cm³, x, y, z方向的渗透率分别为0.035,0.01 μ m²,最大产油量为100 m³/d,最小井底压力为9.34 MPa,井筒直径为0.216m,孔隙度为0.273,井筒粗糙度为0.0005,地层体积系数为1.05,水平井长度为313m,油藏的初始压力为15.227 MPa,油井在z方向的位置为4m,油黏度为122 mPa・s,裂缝半长为0.0025m,复合压缩系数为2.18×10⁻³ MPa⁻¹,裂缝在x方向上的宽度为60m。根据以上模型及求解方法,编制程序进行实例计算。

3.1 水平井产量与时间的关系

当水平井开始生产时,由于压力波未传播到流 动的大部分区域,仅仅是在裂缝周围,基岩向裂缝线 性流动,这时流动处于早期非稳态阶段。水平井产量 与时间的关系见图4。





由图 4 可以看出,水平井在早期的流动状态很 不稳定,产量下降很快,流动处于非稳态阶段。随着 时间的增加,流量趋向于一个定值,这时流动达到拟 稳态阶段。由图 4 还可以看出,随着裂缝条数的增 加,水平井的产量也增加,但增加的幅度逐渐减小。 对于本文中采用的实例,压出4条裂缝已经足够了。 这里使用最小井底流压约束。

3.2 每条裂缝产油量对比

图 5 为水平井生产达到拟稳态并且长度一定时 裂缝条数分别为 3,4,5 时裂缝产量的分布情况。由 图可以看出,中间裂缝产量低于两边裂缝产量。这是 由于裂缝之间的相互干扰引起的。与内部的裂缝相 比,两端的裂缝与油藏的接触面积更大,因而有更多 的流体流向两端的裂缝。





3.3 水平井筒内的压力分布

图6显示了水平井筒内的压力分布。在靠近指端的地方,压力变化较小,越靠近根端的地方,压力 变化越大,这是由于越靠近根端,井筒内的流量越 大,管壁摩擦引起的压力损失以及由于裂缝流入造 成的动量变化引起的压力损失越大。



图 6 第 10 天拟稳态时水平井筒内压力分布

Fig. 6 Pressure distribution along wellbore under pseudo-steady state at the tenth days

3.4 井筒长度对水平井产量的影响

图7显示了在生产20d时水平井长度和产量之间的关系。



图 7 井筒长度对水平井产量的影响

Fig.7 Effect of wellbore length on productivity 由图可以看出,压裂水平井的产量并不与井长 成正比。原因是:①受上下封闭边界的影响,水平井 长度的增大对单条裂缝控制面积影响逐渐减小;② 水平井段变长导致井筒摩阻变大,井筒内压力降变大。所以,在其他条件一定的情况下,水平井长存在 一个最优范围^[11]。通过计算得知,这个最优范围大 约在400~500 m。

4 结 论

(1)水平井的流动过程可分为非稳态流动阶段 和拟稳态流动阶段。

(2) 井筒内压力损失的存在将会使水平井的产量降低,并且井筒内的压力分布不均匀。

(3)对压裂水平井来说,每条裂缝的产量并不 相等,端部裂缝的产量高于中部裂缝的产量。

(4)水平井长度对产量有一定的影响,随着长度的增加,水平井产量的增加幅度减小,水平井长度存在一个最优值。

参考文献:

 [1] 宁正福,韩树刚,程林松,等. 低渗透油气藏压裂水平 井产能计算方法[J]. 石油学报,2002,23(3):69-71.
 NING Zheng-fu, HAN Shu-gang, CHENG Lin-song, et al. Productivity calculation method of fractured horizontal wells in low permeability oil or gas field[J]. Acta Petrolei Sinica, 2002,23(3):69-71.

[2] 刘想平,张召顺,刘翔鹗,等.水平井筒内与渗流耦合的流动压降计算模型[J].西南石油学院学报,2000, 22(2):36-39.

LIU Xiang-ping, ZHANG Zhao-shun, LIU Xiang'e, et al. The pressure drop calculating model coupling flow in the horizontal wellbore with fluid flow in reservoirs [J]. Journal of Southwest Petroleum Institute, 2000, 22(2): 36-39.

[3] 李廷礼,李春兰,吴英,等.低渗油藏压裂水平井产能

计算新方法[J].中国石油大学学报:自然科学版, 2006,30(2):48-52.

LI Ting-li, LI Chun-lan, WU Ying, et al. A new way to calculate fractured horizontal wells productivity in low permeability oil reservoirs [J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2006, 30 (2):48-52.

- [4] PENMATCHA V R. Modeling of horizontal wells with pressure drop in the well [D]. California, USA: Stanford University, 1997.
- [5] BABU D K, ODEH A S. Productivity of a horizontal well[J]. SPERE, 1989:417-421.
- [6] 孔祥言.高等渗流力学[M].合肥:中国科技大学出版 社,1999.
- [7] 万仁缚.中国不同类型油藏水平井开采技术[M].北 京:石油工业出版社,1997.
- [8] DIKKEN B J. Pressure drop in horizontal wells and its effects on production performance[J]. JPT, 1990;1426-1433.
- [9] LANDMAN M J. Analytical modeling of selectively perforated horizontal wells[J]. Journal of Petroleum Science & Engineering, 1994:179-188.
- [10] OZKAN E, SARICA C, HACIISLAMOGLU M. Effect of conductivity on horizontal well pressure behavior[J].
 SPE Advanced Technical Series, 1995, 3(1):85-93.
- [11] 柳毓松,廉培庆,同登科,等.利用遗传算法进行水平 井水平段长度优化设计[J].石油学报,2008,29(2): 296-299.

LIU Yu-song, LIAN Pei-qing, TONG Deng-ke, et al. Optimum design of the horizontal section length in a horizontal well using genetic algorithm [J]. Acta Petrolei Sinica, 2008, 29(2):296-299.

(编辑 沈玉英)