

文章编号:1673-5005(2012)04-0186-05

求解非线性优化问题的记忆梯度摄动投影算法

桑 兆 阳

(中国石油大学 理学院, 山东 青岛 266580)

摘要:利用摄动投影矩阵建立求解非线性约束优化问题的记忆梯度摄动投影下降算法,并证明算法的收敛性,同时给出结合 FR、PR、HS 参数和拟牛顿方程的记忆梯度摄动投影算法,从而将经典的共轭梯度法推广用于求解约束优化问题。数值结果表明算法是有效的。

关键词:非线性规划;摄动投影;记忆梯度;收敛

中图分类号:0221.2

文献标志码:A

doi:10.3969/j.issn.1673-5005.2012.04.035

Memory gradient perturbed rosen projection method for nonlinear programming with nonlinear inequality constraints

SANG Zhao-yang

(College of Science in China University of Petroleum, Qingdao 266580, China)

Abstract: By using perturbed projection matrix, a new descent memory gradient perturbed projection method for nonlinear constrained optimization problems was developed. The global convergence properties of the new method were discussed. Combining FR, PR, HS parameters and the quasi-Newton equation with the new method, four new classes of memory gradient perturbed projection methods were presented. The classical conjugate gradient method is generalized for constrained optimization problems. The numerical results show that the new method is effective.

Key words: nonlinear programming; perturbed projection; memory gradient; convergence

Rosen 梯度投影法^[1-2]是求解非线性最优化问题的基本方法,将其与其他方法结合,得到了许多有效算法^[3-5]。超记忆梯度算法是求解无约束规划的有效算法,由于算法在迭代中较多地利用了已经得到的目标函数的某些信息,因而收敛速度快。将此方法推广用于求解约束优化问题,可望改善现有梯度投影算法的收敛速度。时贞军^[6]对无约束规划提出了一种在 Armijo 步长搜索下较 FR、PR 共轭梯度法有效的改进 HS 共轭梯度算法。孙清澄^[7]提出了一类新的求解无约束优化问题三记忆梯度算法,通过一个区间来确定方向参数的取值范围,以保证目标函数的充分下降方向,并证明了算法的全局收敛性。王宜举等^[8]对一般闭凸集约束下的优化问题通过 GLP 投影建立了一族记忆梯度 GLP 投影算法。笔者利用摄动投影矩阵,对求解无约束规

划的记忆梯度算法中的参数给出一个假设条件,以保证得到目标函数的记忆梯度摄动投影下降方向,从而建立求解非线性约束优化问题的记忆梯度摄动投影下降算法,并证明算法的收敛性。

1 问题、假设与算法

考虑问题(P): $\min_{x \in A} f(x)$, 其中 $A = \{x \in \mathbf{R}^n \mid c_i(x) \leq 0, i=1, 2, \dots, m\}$ 满足:

(H1): $f(x) \in C^1$, $c_i(x) \in C^1$, $i=1, 2, \dots, m$;

(H2): $\forall x \in A$, $\text{rank} \{ \nabla c_i(x), i \in J_0(x) \} = |J_0(x)|$, 其中 $J_0(x) = \{i \mid c_i(x) = 0, 1 \leq i \leq m\}$, $|J_0(x)|$ 表示 $J_0(x)$ 中元素的个数。

设 $J \subset \{1, 2, \dots, m\}$, 若 $\text{rank} \{ \nabla c_i(x), i \in J \} =$

收稿日期:2011-03-27

基金项目:国家自然科学基金项目(10971118);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(09CX04020A)

作者简介:桑兆阳(1982-),男(汉族),山东临沂人,实验师,硕士,主要从事非线性规划理论与数值算法研究。

$|J|$, $x \in A$, 记:

$$g = g(x) = -\nabla f(x),$$

$$N_j(x) = |n_i(x), i \in J|,$$

$$n_i(x) = \nabla c_i(x) / \|\nabla c_i(x)\|, i \in J,$$

$$(u_i(x), i \in J)^T = (N_j(x)^T N_j(x))^{-1} N_j(x)^T g(x) \triangleq u_j(x),$$

$$\tilde{n}_i(x) = n_i(x) + \delta_j g(x), i \in J.$$

$\tilde{N}_j(x) = (\tilde{n}_i(x), i \in J)$ 为 $N_j(x)$ 之摄动, 其中 $\delta_j \geq 0$, 满足: $\text{rank} \tilde{N}_j(x) = |J|$ 。相应地有

$$(\tilde{u}_i(x), i \in J)^T = [\tilde{N}_j(x)^T \tilde{N}_j(x)]^{-1} \tilde{N}_j(x)^T g(x) \triangleq \tilde{u}_j(x).$$

此外令

$$P_j(x) = I - N_j(x) [N_j(x)^T N_j(x)]^{-1} N_j(x)^T;$$

$$\tilde{P}_j(x) = I - \tilde{N}_j(x) [\tilde{N}_j(x)^T \tilde{N}_j(x)]^{-1} \tilde{N}_j(x)^T.$$

对 $\tilde{N}_j(x)$, $\tilde{P}_j(x)$ 有如下性质:

引理 1^[3] 若 $\text{rank} N_j(x) = |J|$, $\delta_j^T u_j(x) \neq -1$, 则必有 $\text{rank} \tilde{N}_j(x) = |J|$ 。

引理 2^[3] 若 $J \supseteq J_0(x)$, $\delta_j^T \tilde{u}_j(x) \leq 1$, 则当 $\tilde{P}_j(x)g(x) = 0$ 且 $\tilde{u}_j(x) \geq 0$, $\tilde{u}_i(x)c_i(x) = 0$, $i \in J$ 时, x 是问题(P)的 K-T 点。

· 对问题(P)的非 K-T 点 $x_k \in A$, $J_k \supseteq J_0(x_k)$, 设 $\delta_{J_k} \geq 0$, 使 $\text{rank} \tilde{N}_{J_k}(x_k) = |J_k|$ 。令

$$S_k = \tilde{P}_{J_k}(x_k)(g(x_k) + \beta_k d_{k-1}),$$

按下面条件选取参数 β_k :

$$\begin{cases} g_k^T \tilde{P}_{J_k}(x_k)g_k > |\beta_k g_k^T \tilde{P}_{J_k}(x_k)d_{k-1}|, \\ |g_k^T \tilde{P}_{J_k}(x_k)[g_k + \beta_k d_{k-1}]| \geq (|\cos \theta_k| + \Delta) |\beta_k| \cdot \|\tilde{P}_{J_k}(x_k)g_k\| \cdot \|\tilde{P}_{J_k}(x_k)d_{k-1}\|, \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\Delta > 0$, θ_k 是 $\tilde{P}_{J_k}(x_k)g(x_k)$ 和 $\tilde{P}_{J_k}(x_k)d_{k-1}$ 的夹角。

公式(1)实质上给出了 β_k 的取值范围, 即

$$\beta_k \in [-\bar{\beta}_k, \bar{\beta}_k], \quad (2)$$

$$\bar{\beta}_k = \frac{1}{|\cos \theta_k| + \Delta + \cos \theta_k} \cdot \frac{\|\tilde{P}_{J_k}(x_k)g_k\|}{\|\tilde{P}_{J_k}(x_k)d_{k-1}\|}, \quad (3)$$

$$\bar{\beta}_k = \frac{1}{|\cos \theta_k| + \Delta - \cos \theta_k} \cdot \frac{\|\tilde{P}_{J_k}(x_k)g_k\|}{\|\tilde{P}_{J_k}(x_k)d_{k-1}\|}. \quad (4)$$

引理 3 若 $x_k \in A$ 为问题(P)的非 K-T 点, β_k 满足式(2)、(3)、(4), 则 $\|S_k\| \leq \left(1 + \frac{1}{\Delta}\right) \|\tilde{P}_{J_k}(x_k)g_k\|$ 。

证明 由 S_k 及 β_k 的定义, 易证。

引理 4 若 $x_k \in A$ 为问题(P)的非 K-T 点, β_k

满足式(2)、(3)、(4), 则 $g_k^T S_k \geq \frac{\Delta}{1+\Delta} \|\tilde{P}_{J_k}(x_k)g_k\|^2$ 。

证明 由 S_k 的定义和式(1)得

$$g_k^T S_k = g_k^T \tilde{P}_{J_k}(x_k)(g_k + \beta_k d_{k-1}) \geq \|\tilde{P}_{J_k}(x_k)g_k\|^2 - |\beta_k g_k^T \tilde{P}_{J_k}(x_k)d_{k-1}| \geq \|\tilde{P}_{J_k}(x_k)g_k\|^2 - \frac{1}{|\cos \theta_k| + \Delta} g_k^T S_k.$$

由上式可知

$$g_k^T S_k \geq \frac{|\cos \theta_k| + \Delta}{1 + |\cos \theta_k| + \Delta} \|\tilde{P}_{J_k}(x_k)g_k\|^2 \geq \frac{\Delta}{1 + \Delta} \times \|\tilde{P}_{J_k}(x_k)g_k\|^2.$$

求解非线性约束优化问题的记忆梯度摄动投影算法(PMG)步骤如下:

(1) $\forall x_0 \in A$, $\delta_0 > 0$, $\beta > 1$, $\Delta > 0$, $0 < \tau < 1$, $d_0 = 0$, 令 $k = 0$;

(2) 令 $J_k = J_{\delta_k}(x_k)$ 。如果 $\det[N_{J_k}(x_k)^T N_{J_k}(x_k)] \geq \delta_k$, 则转步骤(3); 否则, 令 $\delta_k = \delta_0/\beta$, 转步骤(2);

(3) 计算 $\tilde{u}_{J_k}(x_k)$, $\tilde{P}_{J_k}(x_k)$ 。如果 $\tilde{P}_{J_k}(x_k)g(x_k) = 0$, $\tilde{u}_{J_k}(x_k) \geq 0$, $\tilde{u}_{J_k}(x_k)^T c_{J_k}(x_k) = 0$, 则停, x_k 为(P)之 K-T 点, 否则转步骤(4);

(4) 令

$$d_k = \tilde{P}_{J_k}(x_k)[g(x_k) + \beta_k d_{k-1}] + \tilde{N}_{J_k}(x_k)[\tilde{N}_{J_k}(x_k)^T \tilde{N}_{J_k}(x_k)]^{-1} \tilde{v}_{J_k}(x_k),$$

其中 β_k 满足式(2)、(3)、(4); δ_{J_k} 和 $\tilde{v}_{J_k}(x_k)$ 满足下列条件(F):

(I) $g(x_k)^T d_k \geq \frac{\Delta}{1+\Delta} \|\tilde{P}_{J_k}(x_k)g(x_k)\|^2 + \tilde{u}_{J_k}(x_k)^T \tilde{v}_{J_k}(x_k) > 0$ 。

(II) $\tilde{u}_i(x_k)\tilde{v}_i(x_k) \geq 0$, $\forall i \in J_k$, 且等式成立推出

$$\tilde{u}_i(x_k) \geq 0, \tilde{u}_i(x_k)\tilde{v}_i(x_k) = 0, \forall i \in J_k.$$

(III) $\forall i \in J_k$, $n_i(x_k)^T d_k = \tilde{v}_i(x_k) - \delta_i g(x_k)^T d_k \leq 0$, $c_i(x)$ 线性, 且 δ_{J_k} 满足引理 1 和引理 2。
 < 0 , $c_i(x)$ 非线性,

(5) 令 $x_{k+1} = x_k + \lambda_k d_k$, 其中 λ_k 是 $\left\{c, \frac{c}{2}, \frac{c}{2^2}, \dots\right\}$ 中

满足下式的 λ 之最大值:

$$x_k + \lambda_k d_k \in A, \text{ 且 } f(x_k) - f(x_k + \lambda d_k) \geq \tau \lambda g(x_k)^T d_k,$$

置 $\delta_{k+1} = \delta_0$, $k = k+1$, 转步骤(2)。

注 结合 FR、PR、HS 共轭梯度算法, 可给出下列 β_k 的选取方法:

$$\beta_k = \arg\min\{|\beta - \beta_k^{\text{FR}}| : \beta \in [-\beta_k, \bar{\beta}_k]\},$$

$$\beta_k = \arg\min\{|\beta - \beta_k^{\text{PR}}| : \beta \in [-\beta_k, \bar{\beta}_k]\},$$

$$\beta_k = \arg\min\{|\beta - \beta_k^{\text{HS}}| : \beta \in [-\beta_k, \bar{\beta}_k]\},$$

$$\text{其中 } \beta_k^{\text{FR}} = \frac{\|g_k\|^2}{\|g_{k-1}\|^2}, \beta_k^{\text{PR}} = \frac{g_k^T(g_k - g_{k-1})}{\|g_{k-1}\|^2}, \beta_k^{\text{HS}} =$$

$\frac{g_k^T(g_k - g_{k-1})}{d_k^T(g_k - g_{k-1})}$ 。从而,得到了结合 FR、PR、HS 算法的记忆梯度摄动投影算法,分别记为 PFR、PPR、PHS。

求解无约束优化问题 $\min_{x \in A} f(x)$ 的算法,包括拟牛顿算法、有限记忆 BFGS 算法,其搜索方向 d_k 可表示为

$$B_k d_k = -g_k,$$

其中 B_k 是一个正定矩阵,满足拟牛顿方程 $B_k d_{k-1} = y_{k-1}$; $g_k = \nabla f(x_k)$; $d_{k-1} = x_k - x_{k-1}$; $y_{k-1} = g_k - g_{k-1}$ 。

因此

$$d_k^T y_{k-1} = -[(B_k)^{-1} g_k]^T y_{k-1} = -g_k^T (B_k)^{-1} y_{k-1} = -g_k^T d_{k-1},$$

$$\beta_k^{\text{Quasi-Newton}} = \frac{g_k^T y_{k-1} - g_{k-1}^T d_{k-1}}{d_{k-1}^T y_{k-1}}.$$

结合以上参数,在 PMG 中可选取参数 β_k 为

$$\beta_k = \arg\min \{ |\beta - \beta_k^{\text{Quasi-Newton}}| : \beta \in [-\beta_k, \bar{\beta}_k] \},$$

从而得到结合拟牛顿方程的记忆梯度摄动投影算法,记作 PQN。

2 整体收敛性

引理 5 令 $S \subset \mathbf{R}^n$ 为非空闭集, $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ 连续可微,考虑问题 $\min_{x \in S} f(x)$ 。设 $\{x_k\}$ 是 PMG 算法产生的序列, $\{d_k\}$ 为相应的方向序列,则不存在点列 $\{(x_k, d_k)\}_K$ 满足下列条件:

$$(1) (x_k, d_k) \xrightarrow{k \in K} (x, d);$$

$$(2) \exists \delta > 0, \forall \lambda \in [0, \delta], \exists k_\lambda, \text{ 使 } \forall k > k_\lambda, k \in K \text{ 有 } x_k + \lambda d_k \in S;$$

$$(3) g(x_k)^T d > 0.$$

证明 仿文献[3]之引理 3, 易证。

定理 1 若 (H1) 和 (H2) 成立, 则算法 PMG 或在有限步内停止于问题 (P) 的 K-T 点 x_k , 或产生一个无穷点列 $\{x_k\}$, 设 $\bar{x}$ 为 $\{x_k\}$ 的一个极限点, 且存在子列 $\{x_k\}_K$ 满足: $x_k \xrightarrow{k \in K} \bar{x}$ 且 $J_k = J$, $J_0(x_k) = J_0$, $\forall k \in K$, 则当下述条件 (H3) 成立时, $\bar{x}$ 必为问题 (P) 的 K-T 点。

(H3): $\exists$ 子列 $\{\delta_j(x_k)\}_{k \in K} \rightarrow \delta_j(\bar{x})$ 及 $\{\delta_j(x_k)\}_{k \in K} \rightarrow \bar{v}_j(\bar{x})$, 且 $\delta_j(\bar{x})$, $\bar{v}_j(\bar{x})$ 满足引理 1 及 (F) 中的条件 (II)、(III) (条件 (III) 只要对 $J_0(\bar{x})$ 成立即可)。

证明 由引理 2 及算法知仅证后半部分即可。若算法产生无穷点列 $\{x_k\}$ 并满足定理的条件, 由文献[5]中命题可知 $\det[N_j(x_k)^T N_j(x_k)] > \varepsilon$, $\forall k \in$

K , 令 $k \xrightarrow{k \in K} \infty$ 得

$$\det[N_j(x_k)^T N_j(x_k)] \geq \varepsilon > 0.$$

故 $\text{rank} N_j(\bar{x}) = |J|$ 。由 (H3)、引理 1 可定义

$$\bar{u}_j(\bar{x}) = [\bar{N}_j(\bar{x})^T \bar{N}_j(\bar{x})]^{-1} \bar{N}_j(\bar{x}) g(\bar{x}).$$

由引理 3 知 $|S_k|_K$ 有界, 故存在无穷子集 $K' \subset K$ 使

$$S_k \xrightarrow{K'} S_0.$$

$$\bar{d} = S_0 + [\bar{N}_j(\bar{x})^T \bar{N}_j(\bar{x})]^{-1} \bar{N}_j(\bar{x}) \bar{v}_j(\bar{x}).$$

再由 (H1) 及 $\delta_j(x_k)$ 的选法知

$\|\bar{u}_j(x_k)\| \xrightarrow{K''} \|\bar{u}_j(\bar{x})\|$, $\|d_k\| \xrightarrow{K''} \|\bar{d}\|$, $\delta_j(\bar{x}) \bar{u}_j(\bar{x}) \leq 1$, 且 $\bar{d}$ 满足 (F) 中的条件 (II), (III), 其中 $K'' \subset K'$ 为一无穷子集。显然,

$$g(\bar{x})^T \bar{d} \geq \frac{\Delta}{1 + \Delta} \|\bar{P}_j(\bar{x}) g(\bar{x})\|^2 + \bar{u}_j(\bar{x})^T \bar{v}_j(\bar{x}) \geq 0.$$

若 $g(\bar{x})^T \bar{d} = 0$, 则 $\bar{P}_j(\bar{x}) g(\bar{x}) = 0$ [由 $\bar{u}_j(\bar{x})^T \bar{v}_j(\bar{x}) = 0$, 故 $\bar{u}_j(\bar{x}) = 0$ 且 $\bar{u}_j(\bar{x})^T \bar{v}_j(\bar{x}) = 0$], 由引理 2 知 $\bar{x}$ 为问题 (P) 的 K-T 点。否则, 有 $g(\bar{x})^T \bar{d} > 0$, 且 $n_i(\bar{x})^T d \leq 0$, $c_i(x)$ 线性, 对 $j \in J$, 或 $\forall i \in J_0(\bar{x})$, $n_i(\bar{x})^T d < 0$, $c_i(x)$ 非线性,

必存在 $\delta_1 > 0$, 使 $\forall \lambda \in [0, \delta_1]$: $c_i(\bar{x} + \lambda \bar{d}) < 0$, $c_i(x)$ 非线性。 $\forall i \in J$, 对非紧约束, 由 c_i 的连续性知: $\exists \delta_2 > 0$, $\forall \lambda \in [0, \delta_2]$ 有 $c_i(\bar{x} + \lambda \bar{d}) < 0$ 。取 $\delta = \min\{\delta_1, \delta_2\}$, 由 $\{(x_k, d_k)\}_{k \in K} \rightarrow (\bar{x}, \bar{d})$ 知对 $\forall \lambda \in [0, \delta]$, $\exists k_\lambda$, $\forall k \geq k_\lambda$, $k \in K''$ 有 $c_i(x_k + \lambda d_k) \leq 0$, 对所有非线性约束及紧约束成立。又由 $J \supset J_0(\bar{x})$ 知上式对所有线性约束亦显然成立。从而, 当 $g(\bar{x})^T \bar{d} > 0$ 时, 引理 5 条件对子列 $\{(x_k, d_k)\}_K$ 均成立, 矛盾, 即只有 $g(\bar{x})^T \bar{d} = 0$ 。从而 $\bar{x}$ 为问题 (P) 的 K-T 点。

3 数值试验

当 $\beta_k = 0$ 时, 则得到施保昌^[4]的算法, 记为 PG。另外, 适当地选取 δ_j 和 $\bar{v}_j(x)$, 还可以得到具体的新方法。在算法中取

$$\bar{v}_i(x_k) = \begin{cases} -\phi_i(-\bar{u}_i(x_k)), \bar{u}_i(x_k) \leq 0, \\ -\phi_i(-\bar{u}_i(x_k)) c_i(x_k), \bar{u}_i(x_k) > 0, \end{cases} \quad i \in J_k,$$

其中 $\phi_i: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$ 为连续函数, $\mathbf{R}^+ = \{\lambda \in \mathbf{R} \mid \lambda \geq 0\}$, 满足:

$$\phi_i(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda = 0 (i = 1, 2).$$

再取 $\delta_j(x_k) = P_j(x_k) e$, $e = (1, \dots, 1)^T \in \mathbf{R}^{|J|}$, $P_j(x_k) = \frac{\det[N_j(x_k)^T N_j(x_k)]}{e^T |J| \|g(x_k)\| + 1}$, 则引理 1 和引理 2 成立, $\bar{v}_j(x_k)$ (x_k), $\delta_j(x_k)$ 满足 (F)。易见当 $\|x_k\| \rightarrow \infty$ 且 $J_k = J$,

$\forall k \in K$ 时,

$$\bar{u}_j(x_k) \xrightarrow{K} \bar{u}_j(\bar{x}),$$

$$\delta_i^k(x_k) \xrightarrow{K} \frac{\alpha}{1 + \|J\| \|u_i(\bar{x})\|}, i \in J,$$

$$u_j(x_k) \xrightarrow{K} u_j(\bar{x}).$$

$$\text{定义 } \bar{v}_i(\bar{x}) = \begin{cases} -\phi_1(-\bar{u}_i(\bar{x})), & \bar{u}_i(\bar{x}) \leq 0, \\ -\phi_2(-\bar{u}_i(\bar{x}))c_i(\bar{x}), & \bar{u}_i(\bar{x}) > 0, \end{cases} \quad \forall i$$

$\in J$, 则由 ϕ_1, c_i 的连续性知, $\exists K' \subset K$, 对 $\forall k \in K$, 或者 $\bar{u}_i(x_k) \leq 0, \forall i \in J: u_i(\bar{x}) \leq 0$; 或者 $\bar{u}_i(x_k) > 0, \forall i \in J: u_i(\bar{x}) > 0 \Rightarrow \bar{v}_{j_k}(x_k) \xrightarrow{K} \bar{v}_{j_k}(\bar{x})$ 。故 (H3) 成立, 从而得到一类具体的算法。

选择文献[4]中的几个问题, 在 P-III 933 机器上利用 MATLAB 编制程序进行数值实验。在算法 PMG(取 $\beta_k = \bar{\beta}_k$)、PG、PFR、PPR、PHS、PQN 中, 取 $\Delta = 0.4, \tau = 0.5, \beta = 2, c = 1, \phi_i(\tau) = 10i (i = 1, 2)$ 。两种精度条件($\|\bar{P}_j(x_k)g(x_k)\| \leq 10^{-2}, 10^{-3}$)下的计

算结果见表 1。

例 1 $\min f_0(x) = x_1^2 + 4x_2^2,$

s. t. $f_1(x) = x_2 - x_1 \leq 0,$

$f_2(x) = 1 - x_1 - 2x_2 \leq 0,$

$f_3(x) = -x_1 \leq 0.$

初始点 $x^0 = (0.8, 0.8)$, 最优点 $x^* = (0.5, 0.25)$, $f(x^*) = 0.5$ 。

例 2 $\min f_0(x) = \frac{4}{3}(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2)^{\frac{3}{2}} - x_3,$

s. t. $f_1(x) = x_3 - 2 \leq 0,$

$x_i \geq 0, i = 1, 2, 3.$

初始点 $x^0 = (1, 1, 1)$, 最优点 $x^* = (0, 0, 2)$, $f(x^*) = -2$ 。

例 3 $\min f_0(x) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2,$

s. t. $f_1(x) = x_1 + x_2 - 2 \leq 0,$

$f_2(x) = x_1^2 - x_2 \leq 0.$

初始点 $x^0 = (0, 0)$, 最优点 $x^* = (1, 1)$, $f(x^*) = 1$ 。

表 1 数值计算结果

Table 1 Numerical results

问题	算法	迭代次数	最优解	最优值	迭代时间 /s
例 1	PMG	5/12	(0.5016, 0.2508)/(0.4999, 0.2502)	0.5032/0.5003	0.015/0.016
	PG	6/12	(0.4972, 0.2516)/(0.4998, 0.2501)	0.5003/0.5000	0.016/0.016
	PFR	5/12	(0.5024, 0.2504)/(0.4999, 0.2501)	0.5032/0.5002	0.016/0.016
	PPR	6/11	(0.5001, 0.2499)/(0.5004, 0.2498)	0.5000/0.5000	0.016/0.016
	PHS	5/13	(0.5033, 0.2484)/(0.5002, 0.2499)	0.5001/0.5000	0.015/0.016
	PQN	5/13	(0.5033, 0.2484)/(0.5001, 0.2499)	0.5001/0.5000	0.015/0.015
例 2	PMG	5/25	(0.1506, 0.1506, 1.9972)/(0.0588, 0.0588, 2.000)	-1.9193/-1.9810	0.015/0.032
	PG	25/110	(0.1514, 0.1514, 2.0000)/(0.0601, 0.0601, 2.000)	-1.9214/-1.9804	0.016/0.078
	PFR	6/26	(0.1420, 0.1420, 1.9985)/(0.0603, 0.0603, 2.000)	-1.9272/-1.9803	0.015/0.047
	PPR	11/52	(0.1510, 0.1510, 1.9980)/(0.0597, 0.0597, 2.000)	-1.9216/-1.9805	0.016/0.031
	PHS	8/34	(0.1400, 0.1400, 1.9995)/(0.0603, 0.0603, 2.000)	-1.9296/-1.9803	0.016/0.031
	PQN	6/25	(0.1403, 0.1403, 1.9984)/(0.0588, 0.0588, 2.000)	-1.9284/-1.9810	0.016/0.031
例 3	PMG	7/11	(0.9992, 0.9990)/(0.9990, 0.9990)	1.0016/1.0002	0.016/0.016
	PG	14/22	(0.9985, 0.9982)/(0.9990, 0.9998)	1.0030/1.0007	0.015/0.016
	PFR	10/18	(0.9980, 0.9975)/(0.9997, 0.9994)	1.0038/1.0007	0.015/0.016
	PPR	13/20	(0.9980, 0.9976)/(0.9998, 0.9997)	1.0040/1.0004	0.015/0.016
	PHS	11/18	(0.9981, 0.9975)/(0.9998, 0.9996)	1.0038/1.0005	0.015/0.015
	PQN	10/17	(0.9986, 0.9986)/(0.9999, 0.9998)	1.0029/1.0003	0.015/0.015

计算结果表明算法是有效的, 新算法保留了梯度投影算法的优点, 加快了梯度投影算法的收敛速度。

参考文献:

- [1] ROSEN J B. The gradient projection method for nonlinear programming Part I: linear constraints[J]. J SIAM, 1960, 8(1):182-217.
- [2] ROSEN J B. The gradient projection method for nonlinear programming Part II: nonlinear constraints[J]. J SIAM,

1960, 9(4):514-532.

- [3] 施保昌. 一族非线性约束条件下的扰动梯度投影法[J]. 应用数学学报, 1989, 12(2):190-195.

SHI Bao-chang. A family of perturbed gradient projection algorithms for nonlinear constraints[J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica, 1989, 12(2):190-195.

- [4] 陈广军. 一个解带线性或非线性约束最优化问题的梯度投影算法[J]. 计算数学, 1987, 9(4):356-364.

CHEN Guang-jun. A gradient projection algorithm for optimization problems with general constraints[J]. Mathematica Numerica Sinica, 1987, 9(4):356-364.

- [5] 堵丁柱. 非线性约束条件下的梯度投影方法[J]. 应用数学学报, 1985, 8(1): 7-16.
DU Ding-zhu. A gradient projection algorithm for nonlinear constraints[J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica, 1985, 8(1): 7-16.
- [6] 时贞军. 改进 HS 共轭梯度算法及其全局收敛性[J]. 计算数学, 2001, 23(4): 393-406.
SHI Zhen-jun. Modified HS conjugate gradient method and its global convergence[J]. Mathematica Numerica Sinica, 2001, 23(4): 393-406.
- [7] 孙清澄, 刘新海. 结合广义 Armijo 步长搜索的一类新的三项共轭梯度算法及其收敛特征[J]. 计算数学, 2004, 26(1): 25-36.
SUN Qing-ying, LIU Xin-hai. Global convergence results of a new three terms conjugate gradient method with generalized Armijo step size rule[J]. Mathematica Numerica Sinica, 2004, 26(1): 25-36.
- [8] WANG Y J, WANG C Y, XIU N H. A family of super-memory gradient projection methods for constrained optimization[J]. Optimization, 2002, 51(6): 889-905.
(编辑 修荣荣)

(上接第 181 页)

- [11] 苏飞, 张平宇. 中国区域能源安全供给脆弱性分析[J]. 中国人口·资源与环境, 2008, 18(6): 94-99.
SU Fei, ZHANG Ping-yu. Vulnerability analysis of regional energy security supply in China[J]. China Population, Resources and Environment, 2008, 18(6): 94-99.
- [12] ZOU Le-le, WEI Y M. Impact assessment using DEA of coastal hazards on social-economy in Southeast Asia[J]. Natural Hazards, 2008, 48(2): 167-189.
- [13] 李鹤, 张平宇. 东北地区矿业城市社会就业脆弱性分析[J]. 地理研究, 2009, 28(3): 751-760.
- LI He, ZHANG Ping-yu. Vulnerability of urban employment of mining cities in Northeast China[J]. Geographical Research, 2009, 28(3): 751-760.
- [14] 陈康宁, 董增川, 崔志清. 基于分形理论的区域水资源系统脆弱性评价[J]. 水资源保护, 2008, 24(3): 24-26.
CHEN Kang-ning, DONG Zeng-chuan, CUI Zhi-qing. Evaluation of vulnerability of regional water resources system based on the fractal theory[J]. Water Resources Protection, 2008, 24(3): 24-26.
(编辑 修荣荣)

下 期 要 目

- 李美俊, 等 塔河油田奥陶原油三芳馏分布特征及原油族群
- 赵利杰, 等 饶阳凹陷新近系盖层定量评价及其与油藏分布的关系
- 狄勤丰, 等 柔性短节位置对带旋转导向工具底部钻具组合动力学特性影响分析
- 刘永旺, 等 钻柱中声传播的影响因素分析
- 早瑞臣, 等 煤层气 U 型井 PE 筛管完井泵送方案
- 王志强, 等 油田注汽锅炉富氧燃烧多联产捕集 CO₂ 的工艺分析
- 许立宁, 等 X70 管线钢在含 CO₂ 湿气环境下腐蚀产物膜的生长
- 王业飞, 等 原油组分对石英表面润湿性的影响与表征方法
- 刘春典, 等 UASB 处理高盐度稠油的采出水特性
- 商红岩, 等 甲醇汽油橡胶溶胀抑制剂的性能评价
- 唐 杰, 等 碳酸盐岩弹性特性的试验研究