

# 采用混合法和递推矩阵算法模拟层状介质中 随钻电磁波电阻率测量仪器的响应

魏宝君<sup>1,2</sup>, 张克<sup>1</sup>, 欧永峰<sup>1</sup>, 武杨<sup>1</sup>

(1. 中国石油大学理学院, 山东青岛 266580;

2. 中国石油大学山东省高校新能源物理与材料科学重点实验室, 山东青岛 266580)

**摘要:**将混合法与递推矩阵算法相结合计算轴对称条件下二维层状介质中随钻电磁波电阻率测量仪器的响应。根据层界面处电磁场的连续性条件得到确定所有待定系数的矩阵方程组并通过递推方法快速求解,以摒弃繁琐的上行波和下行波模式并避免指数增加项的出现。利用上述算法分析井眼、侵入和钻铤凹槽对随钻电磁波电阻率测井响应的影响。结果表明,由于金属钻铤的存在导致井眼内钻井液所占空间相对变小,从而使钻井液对接收线圈响应的影响变小;钻铤凹槽对随钻电磁波电阻率测量仪器相位差和幅度比的影响可忽略不计,但对单个接收线圈处电磁信号的相位和幅度产生明显影响,并且对幅度的影响大于对相位的影响。

**关键词:**电测井;混合法;递推矩阵算法;电磁波电阻率;随钻测量;层状介质

**中图分类号:**P 631.9 **文献标志码:**A

## Simulating electromagnetic wave resistivity MWD tool's response in stratified media using hybrid method and recursive matrix algorithm

WEI Bao-jun<sup>1,2</sup>, ZHANG Ke<sup>1</sup>, OU Yong-feng<sup>1</sup>, WU Yang<sup>1</sup>

(1. College of Science in China University of Petroleum, Qingdao 266580, China;

2. Key Laboratory of New Energy Physics & Material Science in Universities of Shandong,  
China University of Petroleum, Qingdao 266580, China)

**Abstract:** The hybrid method and the recursive matrix algorithm were combined to compute the electromagnetic wave resistivity MWD tool's response in cylindrically symmetrical 2-D stratified media. A matrix equation group for ascertaining all the coefficients was obtained according to the continuity condition of electromagnetic fields at the interfaces, which can be solved rapidly via a recursive algorithm. Thus the tedious mode of up-going and down-going waves was abandoned and the appearance of exponentially increasing terms has been prevented. The influence of borehole, invasion and collar groove on electromagnetic wave resistivity MWD tool's response was analyzed by the combined hybrid and recursive matrix method. The results show that the influence of drilling fluid on the receiver coil's response is weakened since the space occupied by the drilling fluid within the borehole is reduced by the existence of metal drilling collar. The influence of the collar groove on the MWD tool's phase difference and amplitude ratio can be neglected, but the collar groove has exerted distinct influence on the single receiver coil's phase and amplitude. The collar groove's influence on amplitude is more obvious than that on phase.

**Key words:** electric logging; hybrid method; recursive matrix algorithm; electromagnetic wave resistivity; measurement-while-drilling (MWD); stratified media

混合法又称为数值模式匹配法,是一种模拟轴对称条件下二维层状介质模型中电磁测井响应的快速高效的半解析、半数值算法<sup>[1-7]</sup>,并已被推广到非

轴对称条件下的三维介质模型<sup>[8-9]</sup>或用于计算层状各向异性介质中的并矢 Green 函数<sup>[10]</sup>。对于具有任意数目水平层状介质的模型而言,如何描述电磁

波在层与层之间的传播决定了混合法效率和稳定性。由于耗散媒质的吸收作用,电磁波在耗散媒质中的传播是呈指数衰减的,若对电磁波在层状介质中的传播过程处理不当而使表达式出现指数增加项,会导致算法不稳定<sup>[6]</sup>。传统算法一般采用上行波(+z方向)和下行波(-z方向)描述不同模式的电磁波在层与层之间的传播。这种描述方式使得表达式中同时存在指数增加项和指数衰减项,在进行数值计算时容易出现上溢现象并且由于截断误差的存在导致算法不稳定,从而使算法的适用范围受到限制。笔者基于所开发的计算 Green 函数的递推矩阵算法<sup>[11-14]</sup>处理不同模式的电磁波在层与层之间的传播,并将递推矩阵算法与混合法相结合模拟具有任意电导率对比度层状介质中随钻电磁波电阻率测量仪器的响应。

## 1 混合法基本理论

### 1.1 纵向无限厚、径向不均匀介质中的电场

由于所研究的问题具有轴对称性,故采用柱坐标系 $(r, \varphi, z)$ 。设发射线圈在子午面上的位置坐标为 $\mathbf{r}' = (r', z')$ 、发射线圈的电流随时间的变化关系为 $\exp(i\omega t)$ ,其中 $\omega$ 为角频率,则该发射线圈在场点位置 $\mathbf{r} = (r, z)$ 处产生的电场强度只有 $\varphi$ 分量且不随 $\varphi$ 变化。由 Maxwell 方程组经推导可得到电场强度所满足的微分方程为

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rE) \right] + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (rE) + \omega^2 \mu \varepsilon r E = i\omega \mu r I \delta(r - r') \delta(z - z'), \quad (1)$$

式中, $\mu$ 为介质的磁导率; $I$ 为发射线圈的电流强度; $\varepsilon$ 为介质的复介电常数,既包含介质的介电常数也包含介质的电导率, $\varepsilon$ 可随径向坐标 $r$ 变化,即 $\varepsilon = \varepsilon(r)$ 。

在无源区域,式(1)等号右侧等于零,可采用分离变量法求解。令 $rE(\mathbf{r}) = f(r)u(z)$ ,代入式(1)得

$$\frac{d^2 u(z)}{dz^2} = \lambda^2 u(z), \quad (2a)$$

$$r \frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(r) \right] + (\omega^2 \mu \varepsilon + \lambda^2) f(r) = 0. \quad (2b)$$

式(2a)的解析解为

$$u(z) = \exp[-\lambda |z - z'|]. \quad (3)$$

式(2b)需采用数值方法求解。取基函数 $\mathbf{g}(r) = [g_1(r), g_2(r), \dots, g_N(r)]^T$ ,将 $f(r)$ 展开为 $f(r) = \sum_{i=1}^N g_i(r) c_i = \mathbf{g}^T \mathbf{c}$ 并代入式(2b),将 $\int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r} \mathbf{g} dr$ 作用于该式后经整理得到确定所有 $\lambda$ 和 $\mathbf{c}$ 的如下本征方

程:

$$\mathbf{A} \mathbf{C} = \mathbf{B} \mathbf{C} \mathbf{A}^T. \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{A} = \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r} \frac{d\mathbf{g}}{dr} \frac{d\mathbf{g}^T}{dr} dr - \omega^2 \mu \int_{r_0}^{\infty} \frac{\varepsilon(r)}{r} \mathbf{g} \mathbf{g}^T dr, \quad (5a)$$

$$\mathbf{B} = \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r} \mathbf{g} \mathbf{g}^T dr. \quad (5b)$$

式中, $\mathbf{A}$ 为 $N \times N$ 维复对称矩阵; $\mathbf{B}$ 为 $N \times N$ 维实对称正定矩阵; $\mathbf{A}^2 = \text{diag}(\lambda_1^2, \lambda_2^2, \dots, \lambda_N^2)$ 是由 $N$ 个特征值构成的对角矩阵; $N \times N$ 维复矩阵 $\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_N]$ 为相应的特征向量矩阵; $r_0$ 为金属钻铤半径,在随钻电磁波电阻率测量中假设钻铤为理想导体,故有 $f(r_0) = 0$ 。若在计算中忽略钻铤的影响,则可令 $r_0 = 0$ 。本文选用文献[4]的幅度基函数和斜度基函数作为基函数 $\mathbf{g}(r)$ 。

考虑到所有上述 $N$ 种模式,将电场强度表示为如下形式:

$$rE(\mathbf{r}) = \begin{cases} \sum_{k=1}^N a_k f_k(r) \exp[-\lambda_k(z - z')] = \mathbf{f}^T(r) \exp[-\mathbf{A}(z - z')] \mathbf{a} & z > z', \\ \sum_{k=1}^N b_k f_k(r) \exp[\lambda_k(z - z')] = \mathbf{f}^T(r) \exp[\mathbf{A}(z - z')] \mathbf{b} & z < z'. \end{cases} \quad (6)$$

式中, $\exp[-\mathbf{A}(z - z')] = \text{diag}\{\exp[-\lambda_1(z - z')], \dots, \exp[-\lambda_N(z - z')]\}$ , $\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_N]^T$ , $\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_N]^T$ , $a_k$ 和 $b_k$ 为待定系数,由 $z = z'$ 处电磁场的连续性条件可得到其具体表达式为

$$a_k = b_k = -\frac{i\omega \mu I}{2} \frac{1}{\lambda_k} f_k(r'). \quad (7)$$

于是在纵向无限厚、径向不均匀介质中电场强度的展开形式为

$$rE(\mathbf{r}) = -\frac{i\omega \mu I}{2} \sum_{k=1}^N \frac{1}{\lambda_k} f_k(r) f_k(r') \exp(-\lambda_k |z - z'|) = -\frac{i\omega \mu I}{2} \mathbf{f}^T(r) \mathbf{A}^{-1} \exp(-\mathbf{A} |z - z'|) \mathbf{f}(r'), \quad (8)$$

其中, $\mathbf{A}^{-1} = \text{diag}(\lambda_1^{-1}, \lambda_2^{-1}, \dots, \lambda_N^{-1})$ 。

### 1.2 纵向成层、径向不均匀介质中的电场

设纵向成层介质共有 $m + 1$ 层,编号为 $l = 0, 1, \dots, m$ ,层界面位置为 $z_0, z_1, \dots, z_{m-1}$ ,第1层至第 $m - 1$ 层介质每层的厚度为 $h_l = z_l - z_{l-1}$ ,源点 $\mathbf{r}'$ 在第 $j$ 层,介质模型见图1。根据式(8),任意第 $l$ 层介质中场点坐标 $\mathbf{r}$ 处的电场强度可表示为

$$rE_l(\mathbf{r}) = -\delta_{lj} \frac{i\omega \mu I}{2} \mathbf{f}_j^T(r) \mathbf{A}_j^{-1} \exp(-\mathbf{A}_j |z - z'|) \mathbf{f}_j(r') +$$

$$\mathbf{f}_l^{\text{T}}(r) \{ \exp[\mathbf{A}_l(z - z_l)] \mathbf{a}_l + \exp[-\mathbf{A}_l(z - z_{l-1})] \mathbf{b}_l \}. \quad (9)$$

对于无源层( $l \neq j$ ),式(9)不含源项。式中 $\mathbf{a}_l$ 和 $\mathbf{b}_l$ 为由待定系数组成的列向量,由各层界面处电磁场的连续性条件得到。若 $l=0$ ,则只有 $\mathbf{a}_0$ ;若 $l=m$ ,则只有 $\mathbf{b}_m$ 。由于 $z_l > z > z_{l-1}$ ,将电场强度表示为式(9)的形式确保了各项的指数衰减特性。

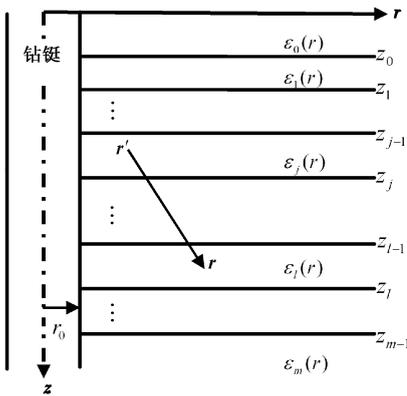


图1 轴对称二维层状地层模型

Fig. 1 Cylindrically symmetrical 2-D stratified formation model

层界面 $z = z_l (l = 0, 1, \dots, m-1)$ 处电磁场的连续性条件为

$$rE_l \Big|_{z=z_l} = rE_{l+1} \Big|_{z=z_l}, \quad (10a)$$

$$\frac{\partial(rE_l)}{\partial z} \Big|_{z=z_l} = \frac{\partial(rE_{l+1})}{\partial z} \Big|_{z=z_l}. \quad (10b)$$

将式(9)代入式(10)并用 $\int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r} \mathbf{f}_l dr$ 作用,可得到确定所有待定系数的如下关系式:

$$\mathbf{a}_0 - \mathbf{P}_{0,1} \exp(-\mathbf{A}_1 h_1) \mathbf{a}_1 - \mathbf{P}_{0,1} \mathbf{b}_1 = \mathbf{s}_1, \quad (11a)$$

$$\mathbf{A}_0 \mathbf{a}_0 - \mathbf{P}_{0,1} \mathbf{A}_1 \exp(-\mathbf{A}_1 h_1) \mathbf{a}_1 + \mathbf{P}_{0,1} \mathbf{A}_1 \mathbf{b}_1 = \mathbf{s}_2, \quad (11b)$$

$$\mathbf{a}_{i-1} + \exp(-\mathbf{A}_{i-1} h_{i-1}) \mathbf{b}_{i-1} - \mathbf{P}_{i-1,i} \exp(-\mathbf{A}_i h_i) \mathbf{a}_i - \mathbf{P}_{i-1,i} \mathbf{b}_i = \mathbf{s}_{2i-1}, \quad (11c)$$

$$\mathbf{A}_{i-1} \mathbf{a}_{i-1} - \mathbf{A}_{i-1} \exp(-\mathbf{A}_{i-1} h_{i-1}) \mathbf{b}_{i-1} - \mathbf{P}_{i-1,i} \mathbf{A}_i \exp(-\mathbf{A}_i h_i) \mathbf{a}_i + \mathbf{P}_{i-1,i} \mathbf{A}_i \mathbf{b}_i = \mathbf{s}_{2i}, \quad i = 2, 3, \dots, m-1, \quad (11d)$$

$$\mathbf{a}_{m-1} + \exp(-\mathbf{A}_{m-1} h_{m-1}) \mathbf{b}_{m-1} - \mathbf{P}_{m-1,m} \mathbf{b}_m = \mathbf{s}_{2m-1}, \quad (11e)$$

$$\mathbf{A}_{m-1} \mathbf{a}_{m-1} - \mathbf{A}_{m-1} \exp(-\mathbf{A}_{m-1} h_{m-1}) \mathbf{b}_{m-1} + \mathbf{P}_{m-1,m} \mathbf{A}_m \mathbf{b}_m = \mathbf{s}_{2m}. \quad (11f)$$

式(11)中 $\mathbf{P}_{i,i+1} = \mathbf{C}_i^{\text{T}} \mathbf{B} \mathbf{C}_{i+1}$ ,满足 $\mathbf{P}_{i,i+1} = \mathbf{P}_{i+1,i}^{\text{T}} = \mathbf{P}_{i+1,i}^{-1}$ 。式(11)等号右侧的列向量为源项,其具体表达式取决于源点所在层的编号 $j$ ,多数源项为零列向量。非零项的表达式为

$$\mathbf{s}_{2j-1} = -\frac{i\omega\mu I}{2} \mathbf{P}_{j-1,j} \mathbf{A}_j^{-1} \exp(-\mathbf{A}_j |z_{j-1} - z'|) \mathbf{f}_j(r'), \quad (12a)$$

$$\mathbf{s}_{2j} = -\frac{i\omega\mu I}{2} \mathbf{P}_{j-1,j} \exp(-\mathbf{A}_j |z_{j-1} - z'|) \mathbf{f}_j(r'), \quad (12b)$$

$$\mathbf{s}_{2j+1} = \frac{i\omega\mu I}{2} \mathbf{A}_j^{-1} \exp(-\mathbf{A}_j |z_j - z'|) \mathbf{f}_j(r'), \quad (12c)$$

$$\mathbf{s}_{2j+2} = -\frac{i\omega\mu I}{2} \exp(-\mathbf{A}_j |z_j - z'|) \mathbf{f}_j(r'). \quad (12d)$$

若 $j=0$ ,则只有 $\mathbf{s}_{2j+1}$ 和 $\mathbf{s}_{2j+2}$ ;若 $j=m$ ,则只有 $\mathbf{s}_{2j-1}$ 和 $\mathbf{s}_{2j}$ ;其余源项均为零列向量。

式(11)中各表达式等号左侧仅有3个或4个非零列向量,且中间列向量的系数矩阵呈指数衰减,而由式(12)可以看出式(11)等号右侧的各非零列向量亦呈指数衰减,具备采用递推矩阵算法的条件,故可采用笔者所开发的递推矩阵算法快速求解<sup>[11-14]</sup>。需指出的是,本文是针对由待定系数组成的列向量进行递推,而文献[11-14]是针对待定系数本身进行递推。

在式(11a)和(11b)中,由于列向量 $\mathbf{a}_1$ 的系数矩阵呈指数衰减,故将 $\mathbf{a}_0$ 和 $\mathbf{b}_1$ 用 $\mathbf{a}_1$ 表示,得到

$$\mathbf{a}_0 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{K}_1 \mathbf{a}_1, \quad \mathbf{b}_1 = \tilde{\mathbf{k}}_1 + \tilde{\mathbf{K}}_1 \mathbf{a}_1. \quad (13)$$

列向量 $\mathbf{k}_1$ 和 $\tilde{\mathbf{k}}_1$ 、矩阵 $\mathbf{K}_1$ 和 $\tilde{\mathbf{K}}_1$ 的具体表达式为

$$\mathbf{k}_1 = (\mathbf{A}_1 \mathbf{P}_{1,0} + \mathbf{P}_{1,0} \mathbf{A}_0)^{-1} (\mathbf{A}_1 \mathbf{P}_{1,0} \mathbf{s}_1 + \mathbf{P}_{1,0} \mathbf{s}_2),$$

$$\mathbf{K}_1 = 2(\mathbf{A}_1 \mathbf{P}_{1,0} + \mathbf{P}_{1,0} \mathbf{A}_0)^{-1} \mathbf{A}_1 \exp(-\mathbf{A}_1 h_1),$$

$$\tilde{\mathbf{k}}_1 = -(\mathbf{A}_0 \mathbf{P}_{0,1} + \mathbf{P}_{0,1} \mathbf{A}_1)^{-1} (\mathbf{A}_0 \mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2),$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_1 = (\mathbf{A}_0 \mathbf{P}_{0,1} + \mathbf{P}_{0,1} \mathbf{A}_1)^{-1} (\mathbf{P}_{0,1} \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_0 \mathbf{P}_{0,1}) \exp(-\mathbf{A}_1 h_1).$$

由于 $\mathbf{k}_1$ 、 $\tilde{\mathbf{k}}_1$ 、 $\mathbf{K}_1$ 、 $\tilde{\mathbf{K}}_1$ 均呈指数衰减,故将 $\mathbf{a}_0$ 和 $\mathbf{b}_1$ 用 $\mathbf{a}_1$ 表示不会出现数据放大现象。

在式(11c)和(11d)中,将 $\mathbf{a}_{i-1}$ 和 $\mathbf{b}_i$ 用 $\mathbf{a}_i$ 表示(式中 $\mathbf{b}_{i-1}$ 已经由 $\mathbf{a}_{i-1}$ 表示),得到

$$\mathbf{a}_{i-1} = \mathbf{k}_i + \mathbf{K}_i \mathbf{a}_i, \quad \mathbf{b}_i = \tilde{\mathbf{k}}_i + \tilde{\mathbf{K}}_i \mathbf{a}_i, \quad i = 2, 3, \dots, m-1. \quad (14)$$

列向量 $\mathbf{k}_i$ 和 $\tilde{\mathbf{k}}_i$ 、矩阵 $\mathbf{K}_i$ 和 $\tilde{\mathbf{K}}_i$ 的具体表达式为

$$\mathbf{k}_i = \{ \mathbf{A}_i \mathbf{P}_{i,i-1} [\mathbf{I} + \exp(-\mathbf{A}_{i-1} h_{i-1}) \tilde{\mathbf{K}}_{i-1}] + \mathbf{P}_{i,i-1} \mathbf{A}_{i-1} [\mathbf{I} - \exp(-\mathbf{A}_{i-1} h_{i-1}) \tilde{\mathbf{K}}_{i-1}] \}^{-1} \times \{ \mathbf{A}_i \mathbf{P}_{i,i-1} [\mathbf{s}_{2i-1} - \exp(-\mathbf{A}_{i-1} h_{i-1}) \tilde{\mathbf{k}}_{i-1}] + \mathbf{P}_{i,i-1} [\mathbf{s}_{2i} + \mathbf{A}_{i-1} \exp(-\mathbf{A}_{i-1} h_{i-1}) \tilde{\mathbf{k}}_{i-1}] \},$$

$$\mathbf{K}_i = 2 \{ \mathbf{A}_i \mathbf{P}_{i,i-1} [\mathbf{I} + \exp(-\mathbf{A}_{i-1} h_{i-1}) \tilde{\mathbf{K}}_{i-1}] + \mathbf{P}_{i,i-1} \mathbf{A}_{i-1} [\mathbf{I} - \exp(-\mathbf{A}_{i-1} h_{i-1}) \tilde{\mathbf{K}}_{i-1}] \}^{-1} \times \mathbf{A}_i \exp(-\mathbf{A}_i h_i),$$

$$\tilde{\mathbf{k}}_i = - \{ [\mathbf{I} + \exp(-\mathbf{A}_{i-1} h_{i-1}) \tilde{\mathbf{K}}_{i-1}]^{-1} \mathbf{P}_{i-1,i} + [\mathbf{I} - \exp(-\mathbf{A}_{i-1} h_{i-1}) \tilde{\mathbf{K}}_{i-1}]^{-1} \mathbf{A}_{i-1}^{-1} \mathbf{P}_{i-1,i} \mathbf{A}_i \}^{-1} \{ [\mathbf{I} + \exp(-\mathbf{A}_{i-1} h_{i-1}) \tilde{\mathbf{K}}_{i-1}]^{-1} [\mathbf{s}_{2i-1} - \exp(-\mathbf{A}_{i-1} h_{i-1}) \tilde{\mathbf{k}}_{i-1}] -$$

$$[I - \exp(-A_{i-1}h_{i-1})\tilde{K}_{i-1}]^{-1}A_{i-1}^{-1}[s_{2i} + A_{i-1}\exp(-A_{i-1}h_{i-1})\tilde{k}_{i-1}],$$

$$\tilde{K}_i = \{[I + \exp(-A_{i-1}h_{i-1})\tilde{K}_{i-1}]^{-1}P_{i-1,i} + [I - \exp(-A_{i-1}h_{i-1})\tilde{K}_{i-1}]^{-1}A_{i-1}^{-1}P_{i-1,i}A_i\}^{-1}\{[I - \exp(-A_{i-1}h_{i-1})\tilde{K}_{i-1}]^{-1}A_{i-1}^{-1}P_{i-1,i}A_i - [I + \exp(-A_{i-1}h_{i-1})\tilde{K}_{i-1}]^{-1}P_{i-1,i}\}\exp(-A_i h_i).$$

由于  $k_i, \tilde{k}_i, K_i, \tilde{K}_i$  亦呈指数衰减,式(14)也不会出现数据放大现象。

求解式(11e)和(11f),并利用已有的关系式  $b_{m-1} = \tilde{k}_{m-1} + \tilde{K}_{m-1}a_{m-1}$ ,得到

$$a_{m-1} = k_m, b_m = \tilde{k}_m. \tag{15}$$

整个递推过程分两步进行:首先进行正向递推,经计算依次得到  $k_1, \tilde{k}_1, K_1, \tilde{K}_1, \dots, k_i, \tilde{k}_i, K_i, \tilde{K}_i (i = 2, 3, \dots, m - 1), \dots, k_m, \tilde{k}_m$ ; 然后进行逆向递推,由  $b_m, a_{m-1}$  经逆向递推依次得到  $b_i, a_{i-1} (i = m - 1, \dots, 2), \dots, b_1, a_0$ 。

该算法在确定所有待定系数时仅需一次正向递推过程和一次逆向递推过程,而在正向递推过程中需  $m$  次迭代,在逆向递推过程中亦需  $m$  次迭代,所需存储量和计算量与传统的上行波、下行波模式所需的存储量和计算量相当。在求解式(11)时只需根据源点  $r'$  所在层的编号改变源项的位置,就可以方便地得到当源点和场点在任意层时的电场强度。递推矩阵算法在确定所有待定系数时无需对电磁波在层状介质之间的传播方式进行区分,亦无需对源区以上和源区以下的介质层分别考虑,避免了传统方法在处理电磁波在层与层之间透射与反射时繁琐的推导过程和表达方式,推导思路 and 表达形式更简洁。另外,递推矩阵算法在确定所有待定系数的过程中均采用呈指数衰减的数据表示其他数据,既不存在分母趋于零的情况也不存在数据放大现象,无论不同层状介质的电参数对比度有多大均不会出现上溢现象,确保了式(9)各项的指数衰减特性,与电磁波在媒质中的传播规律相符,算法稳定。将该方法得到的针对不同模式的待定系数组成的列向量代入式(9),即可得到任意第  $l$  层介质中场点坐标  $r$  处的电场强度。

## 2 随钻电磁波电阻率测量仪器响应

通过轴对称二维层状地层模型说明将混合法与递推矩阵算法相结合计算随钻电磁波电阻率测量仪器响应的正确性和有效性。针对所有模型,取仪器发射频率为  $f=2$  MHz。

### 2.1 算法验证

模型1为含井眼和侵入带的纵向成9层二维地

层模型,模型参数见文献[15]表1。忽略钻铤的影响,即假设钻铤半径  $r_0=0$ ,取地层的相对介电常数为  $\epsilon_r=20$ ,取近接收线圈和远接收线圈到发射线圈的距离分别为0.305和0.457 m。计算结果见图2。由图2可以看出不同方法得到的结果完全一致,充分说明了本文将混合法和递推矩阵算法相结合的正确性。

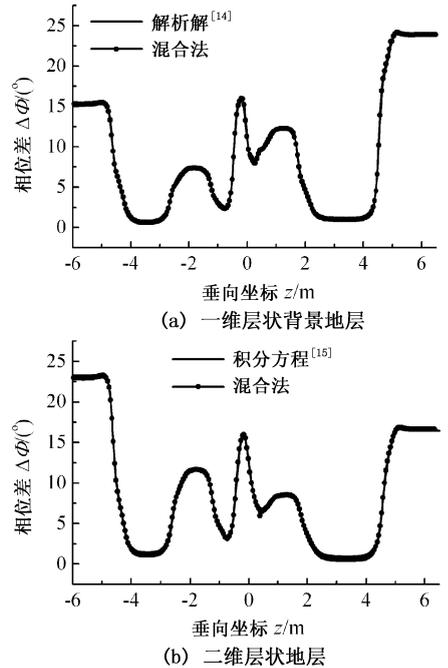


图2 模型1的计算结果

Fig.2 Results of model 1

### 2.2 井眼的影响

模型2为含井眼、无侵入的交互层地层模型,模型参数见图3。取地层的相对介电常数为  $\epsilon_r = 10$ ,

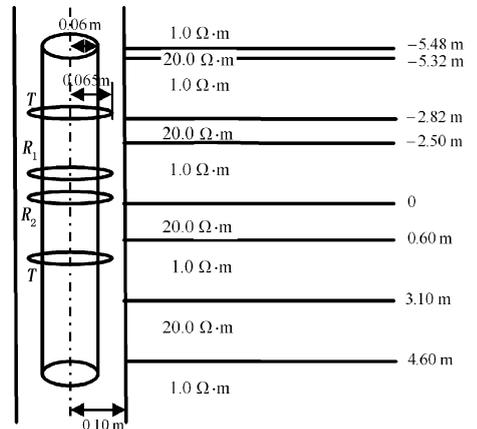


图3 模型2及其参数

Fig.3 Model 2 and its parameters

井眼钻井液电阻率分别为0.1和50 Ω·m。对短线圈距情况,取近接收线圈和远接收线圈到发射线圈的距离分别为0.305和0.457 m。对长线圈距情况,取近接收线圈和远接收线圈到发射线圈的距离

分别为 0.610 和 0.762 m。除计算发射线圈在接收线圈对处的响应外,还计算其补偿发射线圈在接收线圈对处的响应,经过补偿后的最终响应是原发射线圈响应与补偿发射线圈响应的平均值。图 4 给出了井眼钻井液电阻率为  $0.1 \Omega \cdot \text{m}$  时忽略钻铤影响和考虑钻铤影响两种情况下的相位差 ( $\Delta\Phi$ )。图 5 给出了井眼钻井液电阻率为  $50 \Omega \cdot \text{m}$  时忽略钻铤影响和考虑钻铤影响两种情况下的相位差。

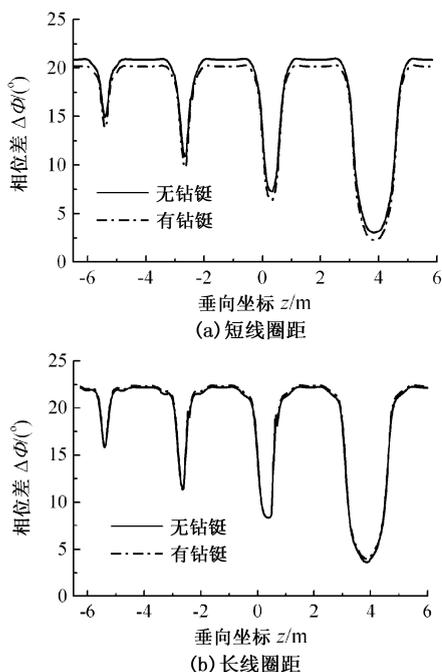


图 4 钻井液电阻率为  $0.1 \Omega \cdot \text{m}$  时模型 2 的计算结果  
Fig. 4 Results of model 2 with drilling fluid's resistivity  $0.1 \Omega \cdot \text{m}$

由图 4(a) 可以看出,对于低阻钻井液情况,无论是在电阻率为  $1 \Omega \cdot \text{m}$  的围岩层中还是在电阻率为  $20 \Omega \cdot \text{m}$  的目的层中,短距离线圈系考虑钻铤影响时的相位差低于忽略钻铤影响时的相位差。这是由于短距离线圈系的相位差受井眼钻井液电阻率的影响大导致的。当忽略钻铤影响时,井眼内低阻钻井液所占空间较大,使接收线圈的相位差增加并且增加量相对较大。当考虑钻铤影响时,由于钻铤的存在导致井眼内低阻钻井液所占空间相对变小,从而使接收线圈相位差的增加量变小。而由图 5(a),对于高阻钻井液情况,电阻率为  $1 \Omega \cdot \text{m}$  的围岩层中短距离线圈系考虑钻铤影响时的相位差大于忽略钻铤影响时的相位差,这也是基于相同原因。当忽略钻铤影响时,井眼内高阻钻井液所占空间较大,使接收线圈的相位差减小并且减小量相对较大。当考虑钻铤影响时,由于钻铤的存在导致井眼内高阻钻井液所占空间相对变小,从而使接收线圈相位差的

减小量变小。在电阻率为  $20 \Omega \cdot \text{m}$  的高阻目的层中,由于目的层电阻率与钻井液电阻率接近,线圈系考虑钻铤影响时的相位差与忽略钻铤影响时的相位差无明显差别。由图 4(b) 和图 5(b) 可知,无论井眼内是低阻钻井液还是高阻钻井液,长距离线圈系的相位差受井眼钻井液电阻率的影响可忽略不计,钻铤的影响亦可忽略不计。

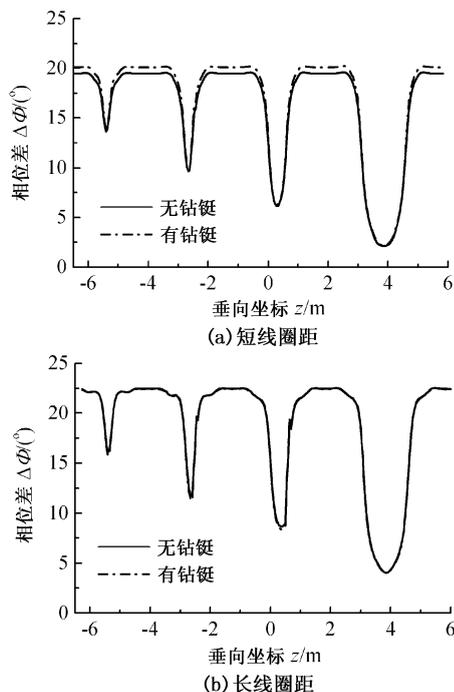


图 5 钻井液电阻率为  $50 \Omega \cdot \text{m}$  时模型 2 的计算结果  
Fig. 5 Results of model 2 with drilling fluid's resistivity  $50 \Omega \cdot \text{m}$

### 2.3 钻井液侵入的影响

模型 3 为含井眼和钻井液侵入的地层模型,井眼内为低阻钻井液,模型参数见图 6。取地层的相对介

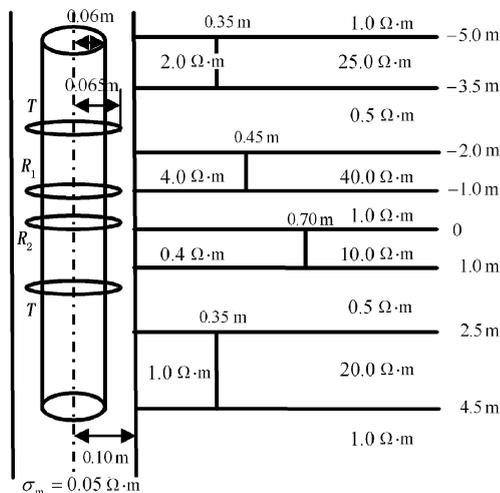


图 6 模型 3 及其参数

Fig. 6 Model 3 and its parameters

电常数为  $\epsilon_r = 10$ , 考虑金属钻铤的存在并针对无侵入和有侵入两种情况分别进行计算。图7给出了短距离线圈系经补偿后的相位差和幅度比, 图8给出了长距离线圈系经补偿后的相位差和幅度比(A)。由图7和图8可以发现, 由于幅度比的探测深度比相位差的探测深度深, 因而在侵入半径较小的3个目的层中钻

井液侵入导致的相位差的增加更加明显。在侵入半径为0.7 m的目的层段幅度比和相位差均有明显增加, 两种响应均反映侵入带的信息。另外对比图7(a)和图8(a)可以看出, 钻井液侵入对短距离线圈系响应的影响比对长距离线圈系响应的影

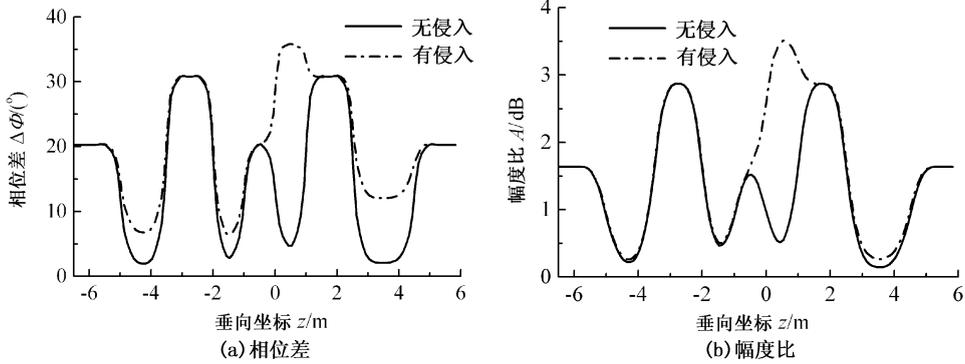


图7 短线圈距时模型3的计算结果

Fig. 7 Results of model 3 with short coil spacing

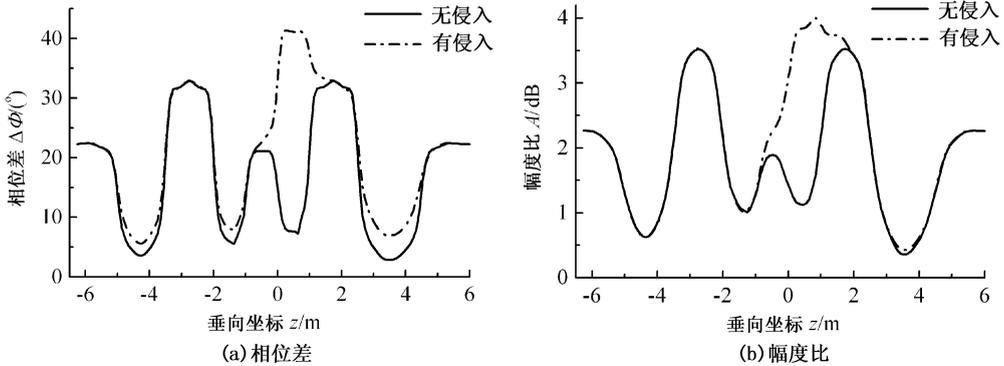


图8 长线圈距时模型3的计算结果

Fig. 8 Results of model 3 with long coil spacing

2.4 钻铤凹槽的影响

随钻电磁波电阻率测量仪器的线圈系一般位于钻铤的凹槽内(图9)。针对这种线圈系结构的传统分析均忽略凹槽的影响, 即将钻铤的直径视为定值。计算凹槽对随钻电磁波电阻率测井响应的影

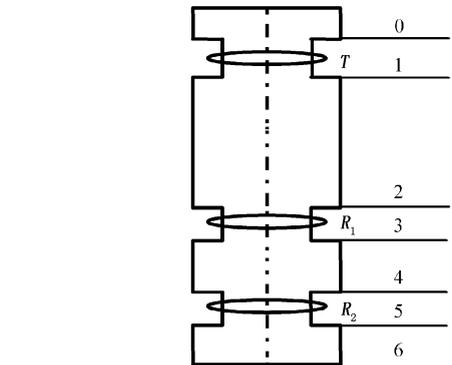


图9 含有凹槽的MWD仪器几何结构

Fig. 9 Geometry of a MWD tool with grooves

响应的变化关系。图11为考虑凹槽影响和忽略凹槽影响两种情况下距发射线圈0.305 m处接收到的电磁信号的相位和幅度随均质地层电导率的变化关系。图12为考虑凹槽影响和忽略凹槽影响两种情

况下短距离线圈系的相位差和幅度比随均质地层电

况下长距离线圈系的相位差和幅度比随均质地层电导率的变化关系。图 13 为考虑凹槽影响和忽略凹槽影响两种情况下距发射线圈 0.610 m 处接收到的电磁信号的相位和幅度随均质地层电导率的变化关系。由图 10 和图 12 可以发现,无论是短距离线圈系还是长距离线圈系,其相位差和幅度比受钻铤凹

槽的影响均较小,凹槽的影响可忽略不计。由图 11 和图 13 发现,钻铤凹槽的存在使单个接收线圈处电磁信号的相位和幅度减小且幅度的衰减程度大于相位的衰减程度,随着接收点到发射线圈距离的增加由凹槽导致的相位和幅度的衰减程度降低。

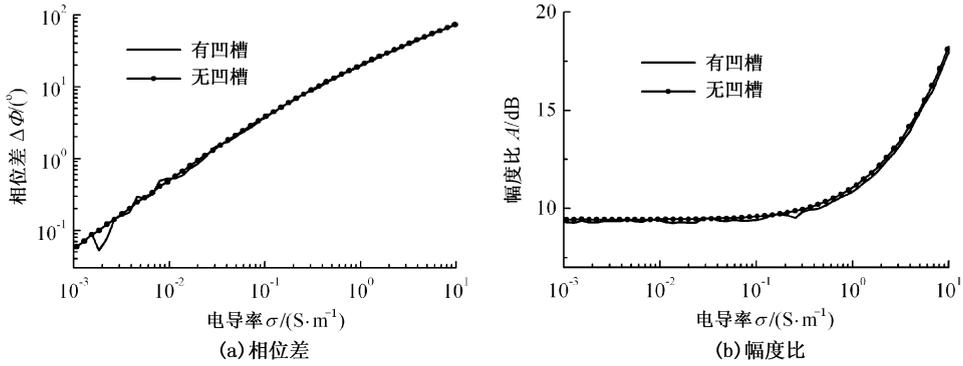


图 10 短线圈距时有凹槽和无凹槽情况下 MWD 仪器响应的对比

Fig. 10 Comparison of MWD tool's response with or without groove for short coil spacing case

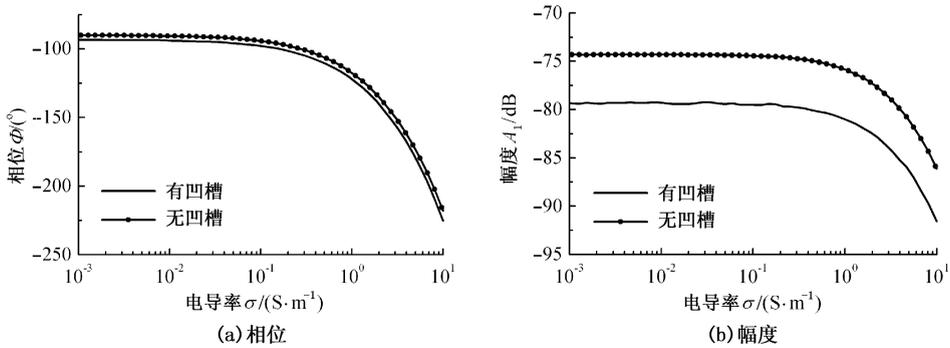


图 11 距发射线圈 0.305 m 处接收到的电磁信号的对比

Fig. 11 Comparison of received electromagnetic signal at position with a distance of 0.305 m from transmitter coil

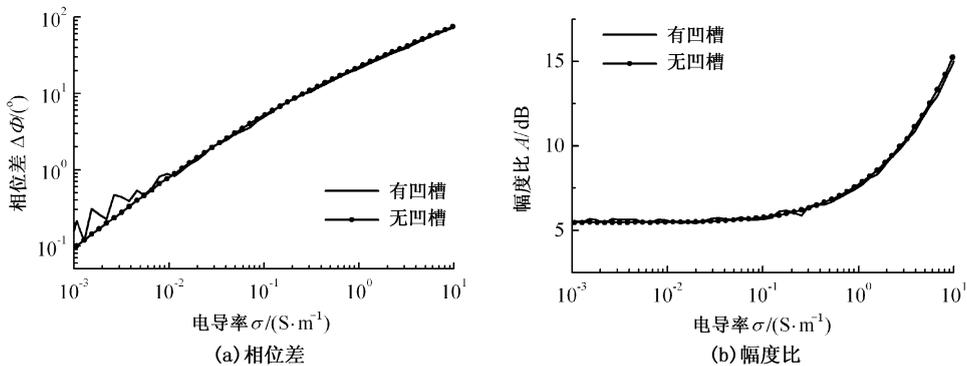


图 12 长线圈距时有凹槽和无凹槽情况下 MWD 仪器响应的对比

Fig. 12 Comparison of MWD tool's response with or without groove for long coil spacing case

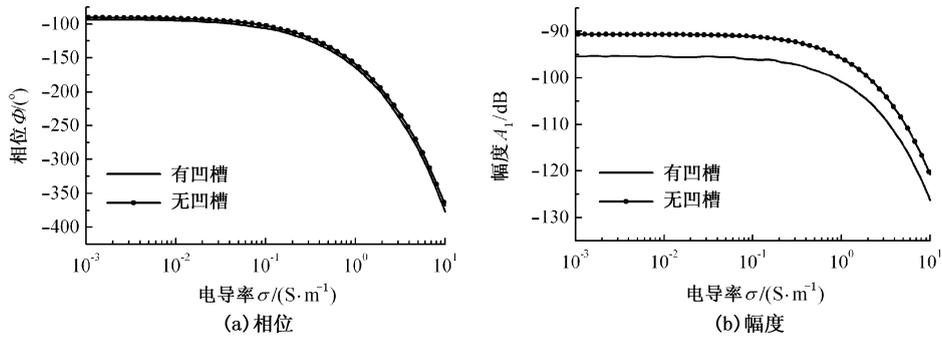


图 13 距发射线圈 0.610 m 处接收到的电磁信号的对比

Fig. 13 Comparison of received electromagnetic signal at position with a distance of 0.610 m from transmitter coil

### 3 结 论

(1) 将递推矩阵算法与混合法相结合模拟轴对称条件下二维层状介质模型中的电磁测井响应,可以方便地得到当源点和场点在任意层时的电场强度,推导思路和表达形式较传统的上行波和下行波模式更简洁,且进行数值计算时无数据放大和溢出现象,可适用于具有任意电导率对比度的层状介质模型。

(2) 由于金属钻铤的存在导致井眼内钻井液所占空间相对变小,从而使钻井液对接收线圈响应的影响变小。由于幅度比的探测深度比相位差的探测深度深,因而钻井液侵入对相位差的影响比对幅度比的影响更加明显。钻井液侵入对短距离线圈系响应的影响比对长距离线圈系响应的影响大。

(3) 钻铤凹槽对随钻电磁波电阻率测量仪器相位差和幅度比的影响可忽略不计,但钻铤凹槽的存在对单个接收线圈处电磁信号的相位和幅度产生了影响并且对幅度的影响程度大于对相位的影响程度。随着接收点到发射线圈距离的增加凹槽对相位和幅度的影响降低。

#### 参考文献:

- [1] CHEW W C, BARONE S, ANDERSON B, et al. Diffraction of axisymmetric waves in a borehole by bed boundary discontinuities [J]. *Geophysics*, 1984, 49(10):1586-1595.
- [2] LIU Q H, CHEW W C. Numerical mode matching method for the multiregion vertically stratified media [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1990, 38(4):498-507.
- [3] 聂在平, CHEW W C, LIU Q H. 电磁波对轴对称二维层状介质的散射 [J]. *地球物理学报*, 1992, 35(4):479-489.
- [4] 张庚骥, 汪涵明, 汪功礼. 成层介质中交流电测井响应 [J]. *地球物理学报*, 1995, 38(6):840-849.
- [5] ZHANG Geng-ji, WANG Han-ming, WANG Gong-li. A. C. logging response in stratified media [J]. *Chinese J Geophys*, 1995, 38(6):840-849.
- [6] 张庚骥, 汪涵明. 普通电阻率测井的数值模式匹配解法 [J]. *石油大学学报:自然科学版*, 1996, 20(2):23-29.
- [7] ZHANG Geng-ji, WANG Han-ming. Solution of the normal resistivity logging with the numerical mode-matching method [J]. *Journal of the University of Petroleum, China (Edition of Natural Science)*, 1996, 20(2):23-29.
- [8] TIAN Xiang. Numerical simulations of induction and MWD logging tools and data inversion method with X-window interface on a UNIX workstation [D]. Houston: University of Houston, USA, 1997.
- [9] LI Jian. 2-D inversion for induction and MWD tools [D]. Houston: University of Houston, USA, 2000.
- [10] FAN G X, LIU Q H. 3-D numerical mode-matching (NMM) method for resistivity well-logging tools [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2000, 48(10):1544-1553.
- [11] 谭茂金, 张庚骥, 运华云, 等. 非轴对称条件下用三维模式匹配法计算电阻率测井响应 [J]. *地球物理学报*, 2007, 50(3):939-945.
- [12] TAN Mao-jin, ZHANG Geng-ji, YUN Hua-yun, et al. 3-D numerical mode-matching (NMM) method for resistivity logging responses in nonsymmetric conditions [J]. *Chinese J Geophys*, 2007, 50(3):939-945.
- [13] 汪宏年, 陶宏根, 姚敬金, 等. 用模式匹配算法研究层状各向异性倾斜地层中多分量感应测井响应 [J].

- 地球物理学报, 2008, 51(5):1591-1599.
- WANG Hong-nian, TAO Hong-gen, YAO Jing-jin, et al. Study on the response of a multicomponent induction logging tool in deviated and layered anisotropic formations by using numerical mode matching method [J]. Chinese J Geophys, 2008, 51(5):1591-1599.
- [11] 魏宝君. 井间电磁场的一维、二维联合反演方法[J]. 地球物理学报, 2006, 49(1):264-274.
- WEI Bao-jun. Combined 1-D/2-D inversion algorithm of cross-hole electromagnetic fields [J]. Chinese J Geophys, 2006, 49(1):264-274.
- [12] WEI Bao-jun, ZHANG Geng-ji, LIU Q H. Recursive algorithm and accurate computation of dyadic Green's functions for stratified uniaxial anisotropic media [J]. Science in China (Ser F), 2008, 51(1):63-80.
- [13] 魏宝君, 王颖, 王甜甜. 电磁波电阻率仪器的基本理论及其在随钻测量中的应用[J]. 地球物理学进展, 2009, 24(2):774-781.
- WEI Bao-jun, WANG Ying, WANG Tian-tian. The basic theory of electromagnetic wave resistivity instrument and its application to measurement of while-drilling [J]. Progress in Geophys, 2009, 24(2):774-781.
- [14] 魏宝君, 王甜甜, 王颖. 用磁流源并矢 Green 函数的递推矩阵方法计算层状各向异性地层中多分量感应测井响应[J]. 地球物理学报, 2009, 52(11):2920-2928.
- WEI Bao-jun, WANG Tian-tian, WANG Ying. Computing the response of multi-component induction logging in layered anisotropic formation by the recursive matrix method for magnetic-current-source dyadic Green's function [J]. Chinese J Geophys, 2009, 52(11):2920-2928.
- [15] 张旭, 魏宝君, 刘坤, 等. 利用积分方程的加速迭代算法计算随钻电磁波电阻率测量仪器的响应[J]. 地球物理学报, 2009, 52(9):2394-2401.
- ZHANG Xu, WEI Bao-jun, LIU Kun, et al. Computing electromagnetic wave resistivity MWD tool's response using accelerated iteration algorithm for integral equations [J]. Chinese J Geophys, 2009, 52(9):2394-2401.
- (编辑 徐会永)
- 
- (上接第 55 页)
- [8] LI Zhi-wei, YOU Qing-yu, NI Si-dao, et al. Waveform retrieval and phase identification for seismic data from the CASS experiment [J]. Pure and Applied Geophysics, 2012.
- [9] KARAGEORGI E, CLYMER R, McEvelly T V. Seismological studies at Parkfield( II ): search for temporal variations in wave propagation using Vibroseis [J]. Bull Seism Soc Am, 1992, 82:1388-1415.
- [10] KORNEEV V A, MCEVILLY T V, KARAGEORGI E D. Seismological studies at Parkfield( VIII ): modeling the observed controlled-source waveform changes [J]. Bull Seism Soc Am, 2000, 90:702-708.
- [11] NIU Fenglin, SILVER Paul G, DALEY Thomas M, et al. Preseismic velocity changes observed from active source monitoring at the Parkfield SAFOD drill site[J]. nature, 2008, 454, doi:10.1038/nature07111.
- [12] WANG B S, ZHU P, CHEN Y, et al. Continuous subsurface velocity measurement with coda wave interferometry [J]. J Geophys Res, 2008, 113, B12313, doi:10.1029/2007JB005023.
- [13] REASENBERG P, AKI K. A precise, continuous measurement of seismic velocity for monitoring in situ stress [J]. J Geophys Res, 1974, 79:399-406.
- [14] SILVER Paul G, DALEY Thomas M, NIU FengLin, et al. Active source monitoring of cross-well seismic travel time for stress-induced changes [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2007, 97(1B):281-293.
- [15] BRITTLE Katherine F, LINES Laurence R, DEY Ayon K. Vibroseis deconvolution: a synthetic comparison of cross correlation and frequency domain sweep deconvolution [J]. Geophysical Prospecting, 2001, 49:675-686.
- [16] BENSON G D, RITZWOLLER M H, BARMIN M P, et al. Processing seismic ambient noise data to obtain reliable broad-band surface wave dispersion measurements [J]. Geophysical Journal International, 2007, 169:1239-1260.
- [17] NORIMITSU Nakata, ROEL Snieder, TAKESHI Tsuji, et al. Shear wave imaging from traffic noise using seismic interferometry by cross-coherence [J]. Geophysics, 2011, 76(6):97-106.
- [18] CARTER G. Coherence and time delay estimation [J]. Proceedings of the IEEE, 1987, 75:236-255.
- [19] 李庆忠. 走向精确勘探的道路:高分辨率地震勘探系统工程剖析 [M]. 北京:石油工业出版社, 1994.
- [20] 林建民, 王宝善, 葛洪魁, 等. 大容量气枪震源特征及深部介质中传播的震相分析 [J]. 地球物理学报, 2008, 51(1):206-212.
- LIN Jian-min, WANG Bao-shan, GE Hong-kui, et al. Study on large volume airgun source characteristics and seismic phase analysis [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 2008, 51(1):206-212.
- (编辑 修荣荣)