

# 基于稳健独立分量分析的转子故障信息增强方法

段礼祥, 胡智, 张来斌

(中国石油大学 机械与储运工程学院, 北京 102249)

**摘要:**针对实际转子振动信号中信号源相互叠加干扰、故障信息微弱的问题,提出一种基于稳健独立分量分析(RICA)的转子故障信息增强方法。首先引入双树复小波变换,对信号进行降噪预处理,降低分离算法对噪声的敏感程度。再用稳健独立分量分析对降噪后信号进行分离和信息增强。并对比其他2种经典的盲源分离算法,通过数值仿真比较它们的分离效果。结果表明:新方法通过优化步长因子得到全局最优值,采用代数方法得到最优步长参数,实现简单,并且避免了预白化处理,使得算法运算量降低;对小数据量信号,算法收敛速度快、信号分离质量高。此方法可以更有效地分离故障源及提取信号的本质故障特征。

**关键词:**稳健独立分量分析;双树复小波变换;转子系统;信息增强;故障诊断

**中图分类号:**TH 17; TN 911.6

**文献标志码:**A

## Method of rotor fault information enhancement based on robust independent component analysis

DUAN Li-xiang, HU Zhi, ZHANG Lai-bin

(College of Mechanical and Transportation Engineering in China University of Petroleum, Beijing 102249, China)

**Abstract:** Considering the frequency aliasing and weakness of rotor vibration signal, a novel method of fault information enhancement based on robust independent component analysis (RICA) was presented. Firstly, the signals were denoised using dual-tree complex wavelet transform (DTCWT) to reduce the noise so as to improve the performance of RICA algorithm. Then the denoised signals were separated and information was enhanced by means of RICA. Compared with the other two classical blind source separation algorithms, the effectiveness of the proposed method was validated with the simulative signal. The results show that the global optimal value is given by optimizing the step factor using the method. The optimal step size parameters are gotten and prewhitening is avoided using algebraic methods with lower computational cost. The method shows high convergence speed and good source separation property, especially applicable for small-data records. The method can effectively separate fault signals and extract quantitative fault characteristics.

**Key words:** robust independent component analysis; dual-tree complex wavelet transform; rotor system; information enhancement; fault diagnosis

使用振动传感器采集机械设备信号时,由于故障振动实际方向未知,或传感器无法在已知振动位置进行安装等因素影响,测量信号受到干扰,因此,设想在不同部位布控多个传感器,根据多路数据,采用一种稳健的盲源分离(BSS)模型来提取各自独立的振动信号,从而可以更好地监测和诊断设备的工作状态<sup>[1]</sup>。盲源分离是指在源信号和混合方式均未知的情况下,仅由若干观测的混合信号恢复出原

始信号。而独立分量分析(ICA)作为BSS的一类重要方法,是借助独立性条件将不可直接观测到的各分量从混合信号中抽取<sup>[2-3]</sup>。Ypma等<sup>[4]</sup>将二阶以及高阶BSS方法应用于潜水泵齿轮的故障诊断,并研究了瞬时混叠和卷积混叠模型;Gene等<sup>[5]</sup>对时域和频域盲分离算法在旋转机械诊断中的应用效果做了探讨;杨世锡等<sup>[6]</sup>提出了一种新的基于ICA的多层神经网络,能有效地提取出轴承故障特征。但是,

收稿日期:2012-09-18

基金项目:国家自然科学基金项目(51005247);北京市教委科研基地建设项目;原油泵站旋转设备的风险识别及评价技术研究项目

作者简介:段礼祥(1969-),男,副教授,博士,主要从事机械设备智能诊断方法和技术研究。E-mail:duanlx@cup.edu.cn。

现场客观存在的环境噪声严重影响了算法分离质量,并且设备运行过程中变速变载以及因故障产生的冲击信号均是非平稳、非线性的,传统盲分离对其处理效果也不佳。鉴于此,笔者提出一种基于双树复小波变换(Dual-tree complex wavelet transform, DTCWT)降噪和稳健独立分量分析(Robust ICA, RICA)相结合的故障信息增强方法来实现信号的有效分离和故障特征提取。

## 1 稳健独立分量分析

### 1.1 传统 ICA 模型

ICA 是盲源分离中的一个重要分支,其基本模型描述如下:设  $\mathbf{X} = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_p(t)]^T$  为  $P$  维零均值的随机观测信号,它是由  $M$  个未知的独立信号源信号  $\mathbf{S} = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)]^T$  线性混合而成的,这种线性混合模型可表示为

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_N(t) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{N \times M} \mathbf{S}_{M \times P} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1M} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & a_{N3} & \cdots & a_{NM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_M(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{A}_{N \times M}$  为  $N \times M$  阶的未知混合矩阵。

每个混合信号  $x_i(t) (i = 1, \dots, N)$  都是一个随机信号,亦可理解为在  $t$  时刻对随机信号  $\mathbf{X}$  的一次抽样。

在源信号  $\mathbf{S}$  和混合矩阵  $\mathbf{A}$  均未知的情况下,希望找到一个分离矩阵  $\mathbf{W} = [w_{ij}]_{M \times N}$  尽可能真实地分离出信号  $\mathbf{Y} = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_M(t)]^T$ ,使得  $\mathbf{Y}$  能真实地逼近源信号  $\mathbf{S}$ :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{W}\mathbf{X} = \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{S} = \mathbf{G}\mathbf{S} \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{G}$  为全局传输矩阵。

ICA 采用逐层分离方法,提取一个信号后需添加正交化步骤,把已提取过的分量滤掉。

针对模型(2)存在四阶累积量最大化准则,即峭度最大化准则<sup>[7]</sup>:

$$|\Psi_{kM}(y)| = k_4(y)/\sigma^4$$

式中,  $k_4(y)$  为提取分量  $y$  的峭度;  $\sigma^4$  为提取分量  $y$  的方差。

归一化峭度可表示为

$$k_4(y) = \text{cum}(y, y^*, y, y^*)/E(y^2) =$$

$$(E(y^4) - 3E^2(y^2))/\|w\|_2^2 \quad (3)$$

式中, cum 表示累积量求和;  $y^*$  表示矢量  $y$  的复共轭,  $E(y^2)$  为  $y^2$  的期望;  $w$  为分离矩阵  $\mathbf{W}$  的列矢量。

应用梯度法,对  $w$  求导可得到:

$$\nabla k_4(y) = \nabla k_4(w^T z) \propto (\partial k_4(w^T z)/\partial w) = 4(E(z(w^T z)^3) - 3wE((w^T z)^2)) \quad (4)$$

式中,  $z$  为白化信号。

峭度在  $E((w^T z)^2) = \|w\|_2^2 = 1$  约束下的条件极值即为下式的解:

$$w = \frac{2}{\beta} [E(z(w^T z)^3) - 3w] \quad (5)$$

式中,  $\beta$  为拉格朗日系数。

由于分离矩阵各分量满足  $\|w\| = 1$ ,由式(5)求得  $w$  后作归一化,即可得基于峭度的定点算法:

$$\begin{cases} w^+(k+1) = E(z(w^T(k)z)^3) - 3w, \\ w(k+1) = w^+(k+1)/\|w^+(k+1)\|^2. \end{cases} \quad (6)$$

传统 ICA 算法采用时间平均对期望进行代替,所以它对野值的鲁棒性较差,必须进行数据预白化处理。更主要的缺陷表现在该定点算法没有对步长参数进行优化考虑,只是将它设为定值或是基于迭代求解的时变量用来平衡收敛速度与精度,导致分离效果不理想。

### 1.2 基于步长优化的峭度固定点算法

给出一种直接通过代数求解最优步长参数  $\mu_{opt}$  的峭度固定点算法,即稳健独立分量分析<sup>[8,9]</sup>,使得算法在每次搜索过程中都能使归一化峭度值达到最大。假设分离变量仍为  $w$ ,则有

$$\begin{cases} w' = w + \mu g, \\ \mu_{opt} = \arg \max_{\mu} |k_4(y + \mu g)|. \end{cases}$$

其中

$$g = \nabla_w k_4(y) \quad (7)$$

式中,  $\mu$  为步长参数。

将峭度函数转变为对变量  $\mu$  的函数,

$$k_4(y + \mu g) = k_4(\mu) = \frac{E(|y^+|^4) - |E((y^+)^2)|^2}{E^2(|y^+|^2)} - 2 = (P(\mu)/Q^2(\mu)) - 2 \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} y^+ &= y + \mu g, y = w^T x, P(\mu) = P_1(\mu) - P_2(\mu), \\ P_1(\mu) &= E((y^+)^4), P_2(\mu) = E((y^+)^2), Q(\mu) = \\ E((y^+)^2), P(\mu) &= \sum_{i=0}^4 h_i \mu^i, \\ Q(\mu) &= \sum_{i=0}^2 j_i \mu^i \end{aligned} \quad (9)$$

因此,  $k_4(\mu)$  对  $\mu$  求导可表示为

$$\dot{k}_4(\mu) = (\dot{P}(\mu)Q(\mu) - 2P(\mu)\dot{Q}(\mu))/Q^3(\mu) = \dot{p}(\mu)/Q^3(\mu). \quad (10)$$

令  $p(\mu) = \sum_{i=0}^4 b_i \mu^i$ , 结合式(8) ~ (10) 即可计算  $p(\mu)$  中的各系数  $b_0, b_1, b_2, b_3, b_4$ 。  $\mu$  取最优值时, 即满足四次方程  $p(\mu_{opt}) = 0$ , 求取方程的4个候选根, 最后代入式(8)中确定一个最优根使  $|K(y + \mu g)|$  最大。

该步长参数更新规则使得ICA不需要进行预白化处理, 消除了信源相关性的干扰, 提高了抗噪能力。并且, 代数计算避免了代价函数产生虚假局部极值点, 增强了算法对野值的鲁棒性。

稳健独立分量分析算法的实现步骤如下:

第一步: 初始化分离矢量  $w$ , 由  $p(\mu)$  各系数表达式计算出各阶系数;

第二步: 根据代数求根法得到方程  $p(\mu) = 0$  四个解  $\mu_i$ ;

第三步: 将所有解代入式(8)中计算归一化峭度值, 最大的归一化峭度值对应最优步长参数  $\mu_{opt}$ ;

第四步: 利用最优步长参数更新分离矢量:  $w' = w + \mu_{opt} g$ , 并对分离矢量作归一化  $w' = w' / \|w'\|^2$ ;

第五步: 提取信号  $y = w'^T x$ , 重复上述步骤直到提取出所有分量信号。

## 2 双树复小波变换降噪

双树复小波变换(DTCWT)通过两个并行的实数滤波器组(a树和b树)来实现, 其中a树和b树分别对应小波变换的实部和虚部。DTCWT要求a树和b树的低通滤波器能满足半采样延迟条件<sup>[10]</sup>, 这样将保持b树的采样位置点正好处于a树中间, 从而综合利用两树的分解系数达到减少信息丢失的目的<sup>[11]</sup>。

同时, DTCWT具有平移不变性, 即输入信号作一小位移, 小波变换系数随之做极微小的平移。而传统小波变换输入信号一个很小的平移会使小波系数产生非常明显的变化, 这使得应用小波变换提取信号特征时, 会丢失一些重要信息, 导致分解误差增大。

首先利用双树复小波多层分解捕捉分析信号的局部特征, 使重构逼近信号能够最大可能地保持原始信号的低频特征。然后利用奇异值分解(SVD), 根据阶次选择有效保留各频带有用信息, 去除无用噪声<sup>[12]</sup>。最后将降噪后的细节信号和逼近信号叠加恢复出降噪后的信号。

为验证DTCWT方法的优越性, 将该方法用于3

种不同仿真信号的处理, 并与传统降噪方法进行对比。信号1为一个包含4个频率成分(30、150、360、700 Hz)的正弦信号和白噪声信号叠加的多谐波仿真信号, 信噪比为6.052 dB, 表达式为:  $x(t) = 0.5\sin(60\pi t) + 0.9\sin(300\pi t) + 1.7\sin(720\pi t) + 0.4\sin(1400\pi t) + \eta(t)$ ; 信号2为一叠加白噪声的heavy sine信号, 信噪比为6.052 dB; 信号3为一叠加白噪声的bumps信号, 信噪比为6.052 dB。引入信噪比  $R_{SNR}$  和均方差  $E_{MSE}$  进行降噪效果评价:

$$R_{SNR} = 10 \lg \left[ \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - x'_i)^2} \right], \quad (11)$$

$$E_{MSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - x'_i)^2}. \quad (12)$$

式中,  $N$  为原始信号长度;  $x_i$  为不含噪信号在  $i$  时刻的采样值;  $x'_i$  为降噪处理后的信号在  $i$  时刻的值。

$R_{SNR}$  越大,  $E_{MSE}$  越小, 则降噪效果越好, 不同方法信号降噪效果比较如表1所示。

从表1可看出, 基于DTCWT-SVD方法的降噪针对3种仿真信号均获得了最高的信噪比和最小的均方差。这在一定程度上说明了DTCWT对不同信号具有良好的自适应性, 以及结合奇异值分解呈现出的优异降噪性能。

表1 降噪效果对比

Table 1 Noise reduction comparison

降噪方式	信号1		信号2		信号3	
	$R_{SNR}$	$E_{MSE}$	$R_{SNR}$	$E_{MSE}$	$R_{SNR}$	$E_{MSE}$
Db4小波	9.4093	0.4854	21.9132	0.2476	17.1934	0.2486
SVD	13.0018	0.3210	20.0217	0.3078	14.6905	0.3316
DTCWT-SVD	13.4979	0.3032	22.9685	0.2193	18.5626	0.2123

## 3 仿真信号分析

转子振动是机械故障诊断领域中最常见的机械振动形式, 一般表现为以旋转频率为基频的正弦(或余弦)及其各次谐波的线性叠加, 表达式为

$$x(t) = \sum_{k=1}^p A_k \sin(2\pi k f_r t + \varphi_k). \quad (13)$$

式中,  $A_k (k=1, 2, \dots)$  对应各正弦信号幅值;  $\varphi_k (k=1, 2, \dots)$  为对应相位;  $f_r$  为转频。

现取三个独立的仿真振源信号, 其中信号1和2均为仿真转子振动信号。信号1转频为10 Hz, 同时包含50 Hz的谐波分量; 信号2转频为90 Hz; 信号3为模拟的轴承滚动体剥落信号, 剥落频率为21.7 Hz。

假设混合矩阵为:  $A = [1.0 \ 0.6 \ 0.5; 0.7 \ 1.0 \ 0.8; 0.1 \ 0.2 \ 0.6]$ , 混合后, 添加信噪

比为5.37的白噪声得到观测信号,如图1所示。可以看到经过混合矩阵及白噪声作用后,源信号已经无法从图1中辨识。利用用DTCWT-SVD对观测信号降噪,然后分别使用RICA,基于最大信噪比的盲分离和FastICA算法对降噪后的混叠信号进行分离。

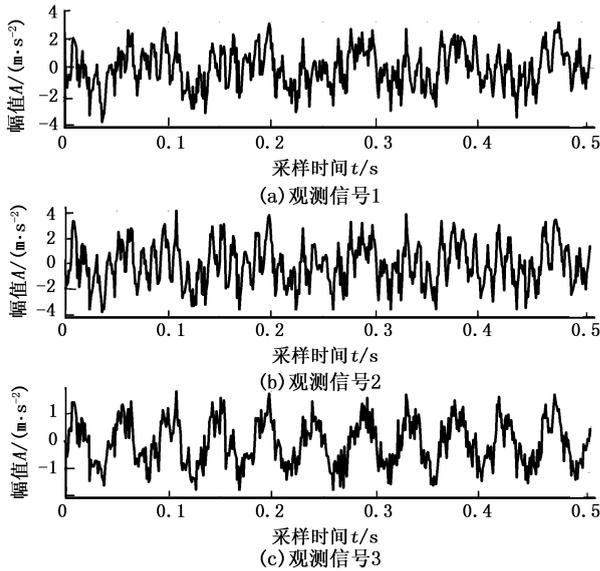


图1 观测信号波形

Fig.1 Observation signals waveform

基于RICA的分离结果如图2所示,对比图1可以看到各个信号的独立特征在时域图上能清晰地分辨出来。证明RICA能明显增强转子微弱故障信息,经RICA对源信号分离后可识别出滚动体剥落信号,从而判断轴承故障状态。

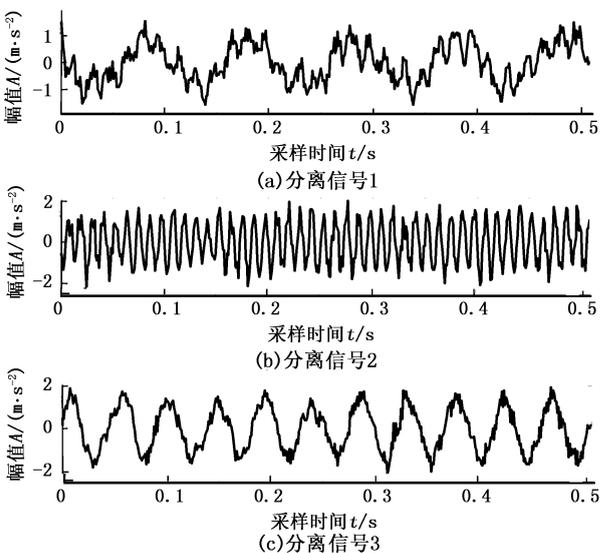


图2 分离信号波形

Fig.2 Separation of denoised signals waveform

为定量评价分离效果,引入性能指数(PI)作为评价指标<sup>[13]</sup>:

$$PI = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \left\{ \left( \sum_{k=1}^N \frac{|g_{ik}|}{\max_j |g_{ij}|} - 1 \right) + \left( \sum_{k=1}^N \frac{|g_{ki}|}{\max_j |g_{ji}|} - 1 \right) \right\} \quad (14)$$

式中, $g(i,j)$ 为全局矩阵G的第*(i,j)*个元素,PI值越小表明分离效果越好。

以上3种算法的运算时间及PI值如表2所示。可以看出,本文算法运算时间短,获得了最小的PI值(0.5165),分离信号与源信号几乎完全相似。证明本文方法对带有较强噪声的转子系统的振动信号盲分离效果良好,明显优于其他两种算法。

表2 运算时间及分离指标对比

Table 2 Comparison of computation time and separation indexes

算法	运算时间/s	性能指数PI
本文算法	0.3809	0.5165
基于最大信噪比的盲分离算法	0.3101	0.6306
FastICA算法	0.8522	0.7747

### 4 基于RICA的转子故障诊断

利用美国Bently RK4转子试验系统进行故障模拟试验,该试验系统包括:RK4转子试验台、2个加速度传感器以及中国石油大学自行研制的MDES-4型数采器等。笔者在试验中模拟了轻微不平衡及轻微碰摩两种故障。

不平衡是通过在靠近联轴器端圆盘侧面螺孔中加装0.4g的配重螺钉来模拟,碰摩则是通过在固定支架上添加碰摩螺栓来实现,可调节拧入深度来制造轻微碰摩。加速度传感器分别布置在靠近联轴器端转子支撑座的X方向(A通道)和Y方向(B通道),并同时测量A和B两通道振动数据。基本参数设置如下:转子转速4200 r/min(即基频70 Hz);采样频率16 kHz,采样点数4096。

图3为实际测量信号的X方向与Y方向振动波形及对应频谱图。由于试验室测试条件较好,从图3可以看出,转子基频及其2、3倍频幅值在两个方向的谱图上均表现比较明显,特别是Y方向还存在一些类似半倍频的特征,初步判断可能存在转子碰摩现象。但是,谱图频率信息相互混叠在一起,比较杂乱,反应出的故障特征与转子碰摩不是很吻合。因此,很难真正确定是否有此类故障信息,以及是否还有其他微弱信息被掩盖掉。

使用3层双树复小波变换及奇异值分解降噪后的波形及频谱如图4所示。从图4中可以看到,

信号波形轮廓清晰很多,对应频谱的高频噪声得到了很好地滤除,同时低频有用信息也得到完整地保留。

针对降噪后的两路信号进行稳健独立分量分析,得到分离矩阵  $W_{2 \times 2}$  后,即进行  $W_{2 \times 2} [X; Y]$  运算,可分离出两路信号见图 5。从图 5 中可以观察到与测量的两路原始信号波形相比,分离后信号的波形中已经有了明显变化,在分离信号 FX 中,出现了类似碰摩的“削波”现象;FY 中可清晰观测到“准正弦”信号,与不平衡故障很类似。

在频谱图中,故障信息增强效果表现更好。分离信号 FX 的频谱图中,出现了明显的基频及 2、3、4 倍频幅值,并且 2 倍频幅值比基频的幅值高出很多,这与碰摩故障的频谱特征非极为相似。FY 中只有基频的幅值最为明显,其他倍频分量基本上为 0,这说明此分离信号以转子不平衡成分为主。

分析结果表明:本文方法有效地增强了转子微弱故障信息,从而提取出转子故障特征;利用 RICA 方法实现旋转机械耦合故障诊断是可行的。

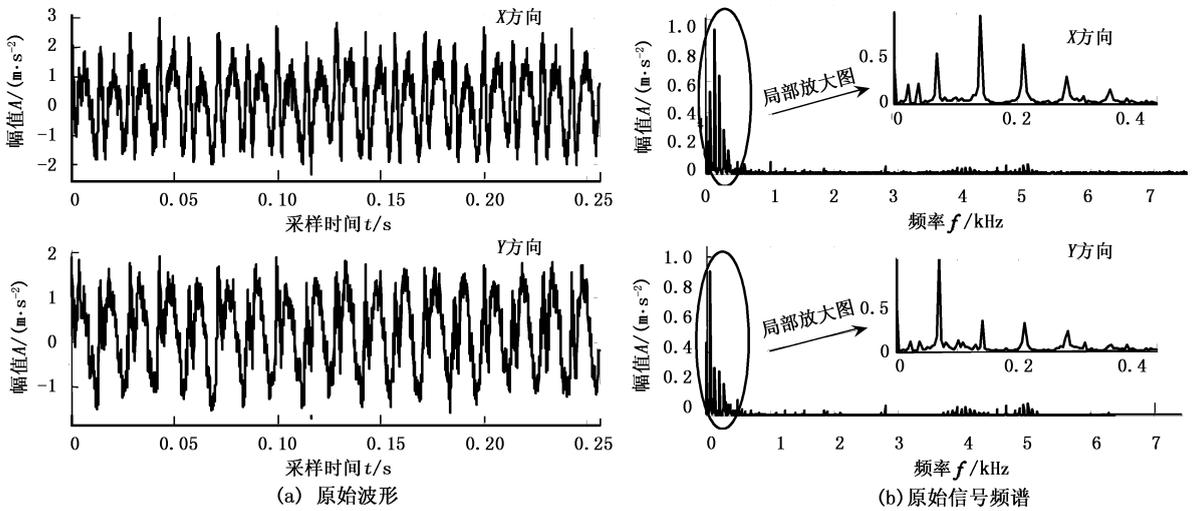


图 3 转子系统原始振动信号波形及频谱

Fig. 3 Waveform and frequency spectrum of original signals

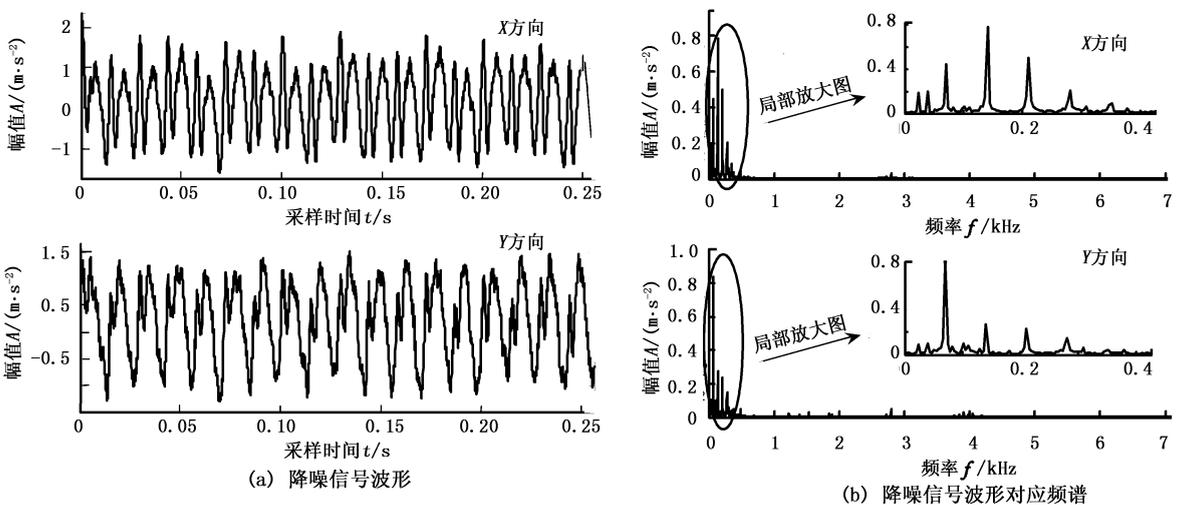


图 4 降噪后信号振动波形及频谱

Fig. 4 Waveform and frequency spectrum of denoised signals

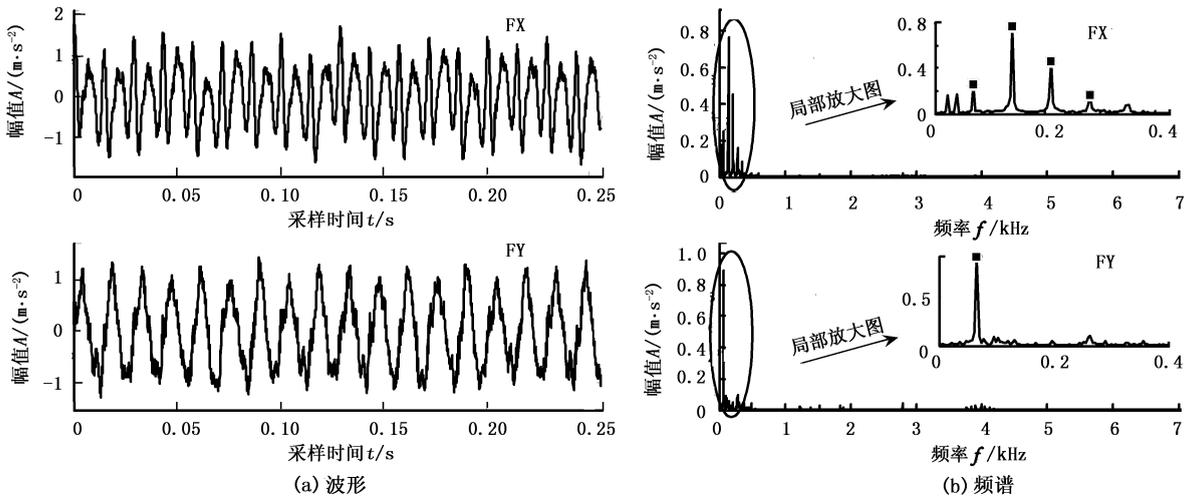


图5 分离信号的波形及频谱

Fig. 5 Waveform and frequency spectrum of separation signals

### 5 工程应用

某油田使用的注水泵电动机型号为 Y315L-4T58, 额定转速 1487 r/min, 电动机通过皮带连接飞轮带动曲轴转动。安装轴承是型号为 6319 的深沟

球轴承。某次检测发现该电动机驱动端轴承处振动偏大, 振动信号如图 6 所示。其中, X 方向(水平)和 Y 方向(垂直)均为加速度信号, 采样频率为 4000 Hz, 采样点数为 4096 个。

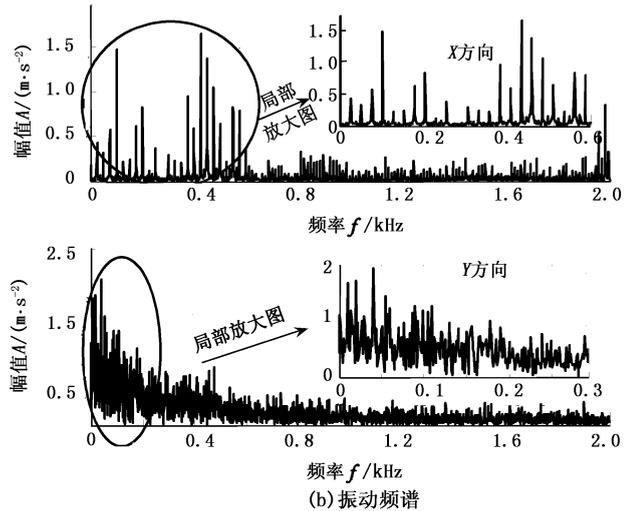
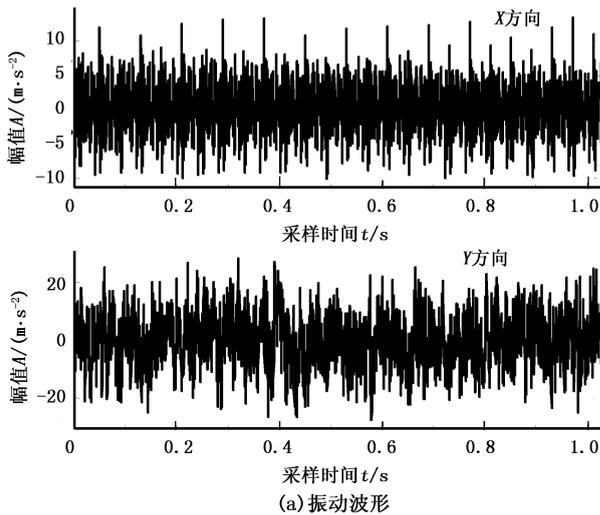


图6 电动机驱动端振动信号波形及频谱

Fig. 6 Waveform and frequency spectrum of original vibration signals of motor drive end

从图 6 可以看出, 电动机 Y 方向振动较大, 且能量主要集中在低频段, 但频率混叠明显, 无法确认。X 方向振动频谱图主要表现出了一些高倍频, 并且它们之间的差值恰为转频。为进一步确认电动机故障模式, 使用双树复小波变换及奇异值分解对图 6 中的信号进行降噪, 并利用稳健独立分量分析对降噪后的信号进行有效分离, 最终得到电动机输出端水平和垂直两个方向上较纯净的振动信号见图 7。

障频率( $f_0 = 76$  Hz)的 5、6 倍频处, 表明轴承外圈存在早期磨损现象。另外, 在 X 方向的振动波形中, 每隔 0.04 s 就出现一次较明显的冲击信号, 与电动机 1 倍频( $1487/60 = 24.78$  Hz)一致; 同时, Y 方向振动信号的 1 倍频和 2 倍频成分也占主导, 且还有一些分频与倍频的叠加, 由此判断电动机还存在转子不平衡或对中不良故障。

现场工作人员对该机组停机检修, 发现电动机驱动端轴承外圈存在一处损伤点, 与轴承磨损诊断

由图 7 可以看到, X 方向的振动集中在外圈故

结果吻合。同时转轴已经轻微弯曲,验证了不平衡

故障。

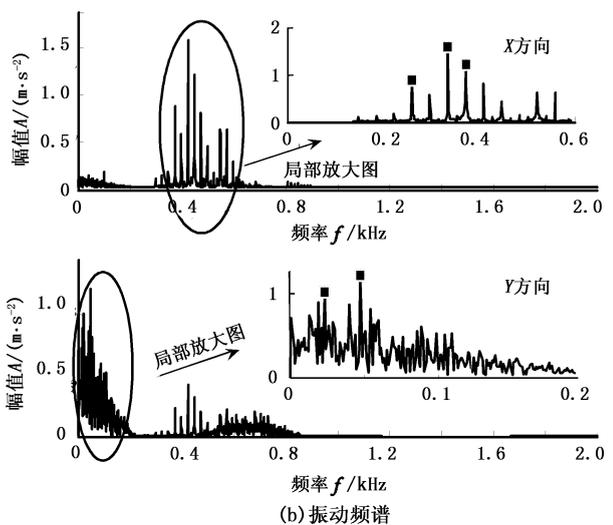
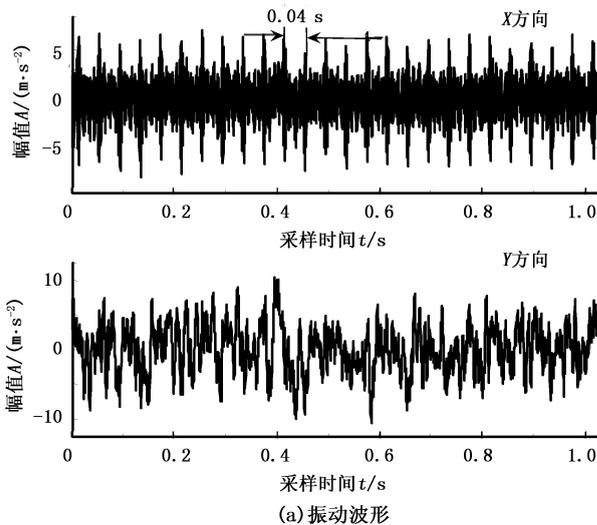


图7 分离后电动机驱动端振动信号波形及频谱图

Fig.7 Waveform and frequency spectrum of vibration signal of motor drive end after separation

## 6 结论

(1) 双树复小波变换与稳健独立分量分析相结合的方法能从混叠信号中有效分离并提取转子故障信息,改变了以往信号降噪为主的故障信息增强思想。将本文方法用于实际转子不平衡-碰摩微弱信号地独立分量提取中,取得了理想的分离效果。

(2) 新算法较传统独立分量分析方法实现步骤更可靠,计算速度更快,分离性能更好。用此方法可对转轴、轴承等部件的早期磨损故障进行有效诊断。

(3) 双树复小波变换及奇异值分解降噪方法能对多路测量信号进行有效消噪,效果明显。

### 参考文献:

- [1] 李舜酩. 振动信号的盲源分离技术及应用[M]. 北京:航空工业出版社, 2011:1-25.
- [2] COMON P. Independent component analysis a new concept [J]. Signal Processing, 1994,36(3):287-314.
- [3] 胥永刚, 张发启, 何正嘉. 独立分量分析及其在故障诊断中的应用[J]. 振动与冲击, 2004,23(2):104-107.  
XU Yong-gang, ZHANG Fa-qi, HE Zheng-jia. Independent component analysis and its applications to fault diagnosis [J]. Journal of Vibration and Shock, 2004,23(2):104-107.
- [4] YPMA A, LESHEM A. Blind separation of machine vibration with bilinear forms [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1994,8(4):363-380.

- [5] GELLE G, COLAS M, DELAUNAY G. Blind sources separation applied to rotating machines monitoring by acoustical and vibrations analysis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2000,14(3):427-442.
- [6] 杨世锡, 焦卫东, 吴昭同. 独立分量分析基网络应用于旋转机械故障特征提取与分类[J]. 机械工程学报, 2004, 35(3):151-154.  
YANG Shi-xi, JIAO Wei-dong, WU Zhao-tong. Independent component analysis based networks for fault features extraction and classification of rotating machines [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 35(3):151-154.
- [7] HYVARINEN A, OJA E. A fast fixed-point algorithm for independent component analysis [J]. Neural Computation, 1997,9(7):1483-1492.
- [8] ZARZOSO V, COMON P. Robust independent component analysis [EB/OL]. (2009-09-02) <http://www.i3s.unice.fr/mh/RR/2009/RR-09.02-V.ZARZOSO.pdf>.
- [9] ZARZOSO V, COMON P. Robust independent component analysis for blind source separation and extraction with application in electrocardiography [C]//30th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, August 20-24, 2008, EMBC, Vancouver, BC, Canada: c2008:3344-3347.
- [10] SELESNICK I W, BARANIUK R G, KINGSBURY N G. The dual-tree complex wavelet transform [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2005,22(6):123-151.

(下转第106页)