

文章编号:1673-5005(2014)06-0106-07

doi:10.3969/j.issn.1673-5005.2014.06.016

# 裂缝性气藏分支水平井试井模型及井底压力动态

郭晶晶<sup>1</sup>, 王海涛<sup>1</sup>, 张烈辉<sup>1</sup>, 刘启国<sup>1</sup>, 冯焱昀<sup>2</sup>, 李成全<sup>3</sup>

(1. 西南石油大学油气藏地质及开发工程国家重点实验室, 四川成都 610500; 2. 中石化西北油田分公司, 新疆乌鲁木齐 830011;  
3. 西南油气田分公司低效油气开发事业部, 四川成都 610017)

**摘要:**综合运用渗流力学、数学物理方法、计算数学基础理论, 基于严格的数学推导, 建立裂缝性气藏分支水平井不稳定试井模型, 并求得模型的 Laplace 空间解, 利用 Stehfest 数值反演结合计算机编程, 绘制出裂缝性气藏鱼骨型分支水平井的典型曲线。结果表明: 裂缝性气藏鱼骨型分支水平井不稳定渗流过程可能出现早期纯井储段、井储后过渡段、裂缝系统第一径向流段、裂缝系统线性流阶段、裂缝系统第二拟径向流段、分支干扰过渡段、裂缝系统第三拟径向流阶段、窜流段和总系统拟径向流段 9 个流动阶段; 水平井分支长度越短或分支间距越长, 第二拟径向流段越明显。

**关键词:** 裂缝性气藏; 分支水平井; 试井模型; 压力动态; 典型曲线

**中图分类号:** TE 353      **文献标志码:** A

**引用格式:** 郭晶晶, 王海涛, 张烈辉, 等. 裂缝性气藏分支水平井试井模型及井底压力动态[J]. 中国石油大学学报: 自然科学版, 2014, 38(6): 106-112.

GUO Jingjing, WANG Haitao, ZHANG Liehui, et al. Well testing model and pressure dynamics for multilateral horizontal wells in naturally fractured gas reservoirs [J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2014, 38(6): 106-112.

## Well testing model and pressure dynamics for multilateral horizontal wells in naturally fractured gas reservoirs

GUO Jingjing<sup>1</sup>, WANG Haitao<sup>1</sup>, ZHANG Liehui<sup>1</sup>, LIU Qiguo<sup>1</sup>, FENG Yanyun<sup>2</sup>, LI Chengquan<sup>3</sup>

(1. State Key Laboratory of Oil and Gas Reservoir Geology and Exploitation, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China;  
2. Northwest Company of SINOPEC, Urumqi 830011, China;  
3. PetroChina Southwest Oil and Gas Field Company, Low-Efficiency Oil and Gas Development Affairs, Chengdu 610017, China)

**Abstract:** A well testing model for multilateral horizontal wells in naturally fractured gas reservoirs was established based on the theory of fluid flow in porous media, and its analytical solution in Laplace domains was obtained. The characteristic curves for flows in commonly applied fishbone-type wells were plotted using a Stehfest numerical inversion algorithm. Nine different flow regimes can be identified and classified from the characteristic curves, including an early pure wellbore flow, a transitional flow, the first radial flow of the natural fracture system, a linear flow of the natural fracture system, the second pseudo-radial flow of the natural fracture system, an interference flow between the multiple well branches, the third pseudo-radial flow of the natural fracture system, an inter-porosity flow and a compound pseudo-radial flow. A parametric analysis shows that the shorter the fishbone-type branches or the longer the interspacing, the longer the duration of the second pseudo-radial flow.

**Key words:** naturally fractured gas reservoirs; multilateral horizontal wells; well testing model; pressure dynamics; characteristic curves

分支水平井技术是一种重要的油气开采技术, 它可以增大油气藏裸露面积, 增大单井产能, 提高油

气采收率, 然而与垂直井试井或单支水平井试井相比, 分支水平井试井问题更加复杂。孔祥言等<sup>[1]</sup>利

收稿日期: 2014-04-10

基金项目: 国家自然科学基金项目(51304165); 国家杰出青年科学基金项目(51125019); 中央财政支持地方高校发展专项(YC311)

作者简介: 郭晶晶(1986-), 女, 讲师, 博士, 从事油气藏渗流、油气井试井及油气藏工程理论与技术研究。E-mail: jingjing8622@126.com。

用瞬时源函数和 Newman 乘积原理在真实时域获得了一般情形下的分支水平井压力响应并绘制了典型曲线。王德山等<sup>[2]</sup>对双重介质油藏分支水平井试井模型及解释方法进行了研究。张利军<sup>[3]</sup>、李树松<sup>[4]</sup>、程时清等<sup>[5]</sup>均对分支水平井试井问题进行过研究。笔者主要针对裂缝性气藏分支水平井试井模型进行研究。

## 1 物理模型

分支水平井的形态有多种,其中鱼骨形分支井是最具代表性的一种,它能够反映出分支水平井的全部特征,故以鱼骨形分支水平井为例,研究分支水平井的不稳定试井模型及典型曲线(双对数曲线)特征,对于其他形态的分支水平井,本文中方法同样适用。

如图1所示,顶底有界气藏中有一鱼骨型分支水平井从 $t=0$ 时刻开始以恒定的地面产气量 $q_{sc}$ 生产,该井由主井筒和若干分支井筒构成,过主井筒的起点作顶底边界的垂线,与气藏底部边界相交于点 $o$ ,以点 $o$ 为原点,垂直于主井筒的方向为 $x$ 方向,沿着主井筒的方向为 $y$ 方向,垂直于水平面向上为 $z$ 正方向建立直角坐标系。设主井筒上共有 $M$ 条分支(上边 $M_1$ 条,下边 $M_2$ 条)。对各分支进行编号(先编完 $x$ 轴负方向一侧的分支,再编 $x$ 轴正方向一侧的分支);各分支与 $x$ 轴(主井筒)的夹角为 $\alpha_i$ ,与 $y$ 轴交点的坐标为 $(0, y_i, z_w)$ ,各分支长度分别为 $L_{hi}$ 。基本假设:①考虑气藏二向异性(水平方向与垂直方向渗透率不相等);②孔隙结构模型采用 Warren-Root 双重介质模型(裂缝+基岩);③流动为达西等温渗流,忽略重力和毛细管力;④天然气可压缩;⑤储层原始地层压力各点相等,均为 $p_i$ 。

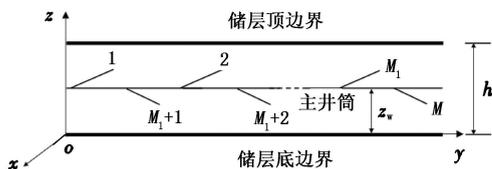


图1 裂缝性气藏中的分支水平井物理模型

Fig.1 Physical model for a multilateral horizontal well in fractured gas reservoir

与普通直井不同,分支水平井在气藏中引起的是复杂的三维空间流动,而在不同的流动阶段,其流线的空间形态特征各异,很难直接给出分支水平井恰当的内边界条件,因此一般不直接给出分支水平井内边界条件,而是先研究气藏中的一个点汇。点汇的内边界条件较容易给出,故较容易求得气藏中点汇引起的压力分布解(点汇解),然后将分支水平

井的主水平段及每一个分支水平段离散成若干小单元,虽然不同小单元的线密度流量并不相等,但认为在同一个小单元不同部位的线密度流量是均匀的。将所得的点汇解在每一个离散小单元上进行线积分,得到每一个离散单元单独引起的压力降,根据叠加原理,对所有离散单元引起的压力降进行叠加,可得整个分支水平井引起的压力降。将场点选取到每一个离散单元的节点,可形成若干线性代数方程,再结合总流量方程,形成一个未知数个数与方程个数相等的线性矩阵,求解该矩阵即可获得分支水平井的井底压力动态及各个离散单元的流量动态。

## 2 裂缝性气藏中的持续点汇解

油(气)藏中点汇解的求取一般有3种方法。第1种方法以 Gringarten 和 Ramey<sup>[6]</sup>、孔祥言<sup>[7-8]</sup>等为代表,先建立一维和二维基本瞬时源函数,通过 Newman 乘积法,将一个“多维油(气)藏”看作2~3个“一维油(气)藏”的相交,其多维源函数是多个一维源函数的乘积,相交以后,几个一维共有的流动区域构成一个多维流动区域,几个一维共有的源汇分布区构成一个多维的源汇分布区<sup>[8]</sup>。这种方法的优点在于利用 Newman 乘积原理可得到多种多样的油(气)藏及油(气)井情形下丰富的解式,其缺点是对复杂结构井型所得的解式往往是不便于计算形式的解式,因而常常只具有数学上的意义。第2种方法以廖新维<sup>[9]</sup>、王晓冬等<sup>[10-11]</sup>为代表,直接在顶底有界边界情况下在渗流模型中直接给出点汇内边界条件,或先给出线汇内边界条件再在垂直方向取极限得点汇情形,对整个顶底有界油(气)藏中点汇或线汇模型采用 Fourier 有限变换和 Laplace 变换进行求解。这种方法的优点是对于结构复杂井型所得的解式一般是以贝塞尔函数的级数表达的形式,便于计算,而使用该方法的难点在于如何在柱坐标系下为点汇给出合适的、便于使用的内边界条件以及引入恰当的积分变换核(一般选取为对应的齐次特征值问题的特征函数系)以构造正交变换。第3种方法以 Ozkan 等<sup>[12-13]</sup>为代表提出,该方法不直接在点汇模型中给出顶底封闭边界条件,而是先求出三维无限大油(气)藏中的点汇解,然后采用镜像反映法和叠加原理得到顶底封闭油(气)藏中的点汇解,再利用 Poisson 求和公式,将该解变为适合于积分推导和计算的形式。这种方法的优点在于首先建立的点源或点汇模型在三维无限大空间中,这样一个空间可采用球坐标系来描述,很容易给出一个点汇的

内边界条件,这种方法的难点在于如何将指数函数的级数形式的压力解利用 Poisson 求和公式化为便于积分推导和计算的贝塞尔函数的级数形式的压力解。若上述3种方法运用得当,则所获得的结果一致。

### 2.1 三维无限大裂缝性气藏中的持续点汇解

实际气藏中储层的顶底有界,此处采用第3种方法,即先建立一个三维无限大裂缝性气藏中的点汇模型并求得其解,再根据镜像反映法和叠加原理,获得各种顶底有界情形下的点汇解。

#### 2.1.1 点汇物理模型

如图2所示,假设三维无限大裂缝性气藏中位于原点处有一个点汇从  $t=0$  时刻开始以持续产量  $\hat{q}(t)$  (地面条件下) 生产。

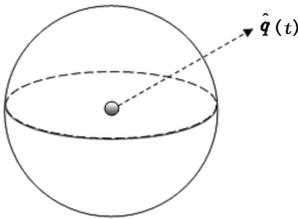


图2 三维无限大裂缝性气藏中的点汇

Fig.2 Schematic of a point sink in a 3D infinite fractured reservoir

图2为该持续点汇的物理模型,为研究其压力响应,建立该点汇的数学模型。

#### 2.1.2 持续点汇数学模型

裂缝:

$$\nabla \cdot \left( \frac{\bar{k}_f p_f}{\mu Z} \nabla p_f \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \varphi_f \frac{p_f}{Z} \right) - \frac{\alpha k_m p_r}{\mu Z} (p_m - p_f); \quad (1)$$

基质:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \varphi_m \frac{p_m}{Z} \right) + \frac{\alpha k_m p_r}{\mu Z} (p_m - p_f) = 0; \quad (2)$$

初始条件:

$$p_f |_{t=0} = p_m |_{t=0} = p_i; \quad (3)$$

内边界条件(持续点汇):

$$\frac{4\pi k_{f1} L \left( r_D^2 \frac{\partial p_f}{\partial r_D} \right)_{r_D \rightarrow 0}}{\mu} = \hat{q}(t) \frac{T p_{sc} Z}{T_{sc} p_f |_{r_D \rightarrow 0}}; \quad (4)$$

外边界条件:

$$p_f |_{r \rightarrow \infty} = p_m |_{r \rightarrow \infty} = p_i. \quad (5)$$

其中

$$r_D = \sqrt{x_D^2 + y_D^2 + z_D^2}, \quad k_m = \sqrt{k_{mh} k_{mz}}.$$

式中,  $\nabla \cdot$  为散度算子;  $\bar{k}_f$  为裂缝渗透率张量,它在3个主轴上的分量为  $k_{fx}$ 、 $k_{fy}$  和  $k_{fz}$ , 考虑二向异性时,  $k_{fh} = k_{fx} = k_{fy} \neq k_{fz}$ ,  $m^2$ ;  $\mu$  为天然气黏度,  $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ;  $Z$  为偏

差因子;  $p_{f,m}$  为裂缝、基质系统的压力,  $\text{Pa}$ ;  $p_i$  为原始地层压力,  $\text{Pa}$ ;  $p_{sc}$  为地表压力,  $\text{Pa}$ ;  $p_r$  为参考压力 ( $p_r$  一般取为  $p_f$  或  $p_m$ ),  $\text{Pa}$ ;  $\varphi_{f,m}$  分别为裂缝、基质系统的孔隙度;  $\alpha$  为形状因子,  $\text{m}^{-2}$ ;  $t$  为时间,  $\text{s}$ ;  $\hat{q}(t)$  为点汇的体积流率(地面条件下),  $\text{m}^3/\text{s}$ ;  $L$  为参考长度,此处取为主井筒水平长度之半  $L_h/2$ ;  $m$ ;  $r_D$  为无因次径向距离;  $k_m$  为基岩系统几何平均渗透率,  $\text{m}^2$ ;  $k_{mh}$  和  $k_{mz}$  分别为基质系统水平和垂向渗透率,  $\text{m}^2$ 。

式(1)~(5)的渗流模型为强非线性系统,为了便于求解,可化为拟压力形式。

引入拟压力  $\psi_f$  和  $\psi_m$ , 表达式为

$$\psi_f = \psi_f(p) = \int_{p_0}^p \frac{2p}{\mu Z} dp, \quad (6)$$

$$\psi_m = \psi_m(p) = \int_{p_0}^p \frac{2p}{\mu Z} dp. \quad (7)$$

利用上述定义,对式(1)~(5)进行变形,得

$$\frac{\partial^2 \psi_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_f}{\partial y^2} + \frac{k_{fz}}{k_{fh}} \frac{\partial^2 \psi_f}{\partial z^2} = \frac{\varphi_f \mu_g C_g}{k_f} \frac{\partial \psi_f}{\partial t} - \frac{\alpha k_m}{k_f} (\psi_m - \psi_f), \quad (8)$$

$$\frac{\varphi_m \mu_g C_g}{k_f} \frac{\partial \psi_m}{\partial t} = - \frac{\alpha k_m}{k_f} (\psi_m - \psi_f), \quad (9)$$

$$\psi_f |_{t=0} = \psi_m |_{t=0} = \psi_i, \quad (10)$$

$$2\pi k_{f1} L \left( r_D^2 \frac{\partial \psi_f}{\partial r_D} \right)_{r_D \rightarrow 0} = \frac{p_{sc} T}{T_{sc}} \hat{q}(t). \quad (11)$$

外边界条件为

$$\psi_f |_{r \rightarrow \infty} = \psi_m |_{r \rightarrow \infty} = \psi_i. \quad (12)$$

其中

$$k_f = \sqrt{k_{fh} k_{fz}}.$$

经上述处理,该系统的非线性程度被削弱,但式(8)和(9)中的黏度  $\mu_g$  及气体压缩系数  $C_g$  仍是压力  $p$  的函数,故仍为弱非线性系统,为了便于求解,一般取  $\mu_g = \mu_g(p_i) = \mu_{gi}$  和  $C_g = C_g(p_i) = C_{gi}$  进行线性化处理。

定义如下量:

$$x_D = \frac{x}{L}, \quad y_D = \frac{y}{L}, \quad z_D = \frac{z}{L} \sqrt{\frac{k_h}{k_z}}, \quad r_D = \sqrt{x_D^2 + y_D^2 + z_D^2},$$

$$\psi_{f,mD} = \frac{\pi k_{fh} h T_{sc}}{p_{sc} q_{sc} T} \Delta \psi_{f,m}, \quad \Delta \psi_{f,m} = \psi_f - \psi_{f,m},$$

$$t_D = \frac{k_{fh} t}{\eta_{f+m} L^2} = \frac{k_{fh} t}{\mu_{gi} C_{gi} (\varphi_f + \varphi_m) L^2}, \quad \omega = \frac{\varphi_f C_{gi}}{\varphi_f C_{gi} + \varphi_m C_{gi}} = \frac{\varphi_f}{\varphi_f + \varphi_m},$$

$$\lambda = \alpha \frac{k_m}{k_f} L^2, \quad \hat{q}_D = \hat{q}_D(t_D) = \hat{q}(t) / q_{sc}.$$

式中,  $q_{sc}$  为图1所示分支水平井的地面体积产率,  $\text{m}^3/\text{s}$ 。

式(8)变为

$$\frac{\partial^2 \psi_{\text{fD}}}{\partial x_{\text{D}}^2} + \frac{\partial^2 \psi_{\text{fD}}}{\partial y_{\text{D}}^2} + \frac{\partial^2 \psi_{\text{fD}}}{\partial z_{\text{D}}^2} = \omega \frac{\partial \psi_{\text{fD}}}{\partial t_{\text{D}}} + \lambda (\psi_{\text{fD}} - \psi_{\text{mD}}). \quad (13)$$

在无因次变形空间中,考虑以该点汇为中心的径向对称流动,则式(13)在球坐标系下可化为

$$\frac{1}{r_{\text{D}}^2} \frac{\partial}{\partial r_{\text{D}}} \left( r_{\text{D}}^2 \frac{\partial \psi_{\text{fD}}}{\partial r_{\text{D}}} \right) = \omega \frac{\partial \psi_{\text{fD}}}{\partial t_{\text{D}}} + \lambda (\psi_{\text{fD}} - \psi_{\text{mD}}). \quad (14)$$

式(9)~(12)变为

$$(1-\omega) \frac{\partial \psi_{\text{mD}}}{\partial t_{\text{D}}} = \lambda (\psi_{\text{fD}} - \psi_{\text{mD}}), \quad (15)$$

$$\left( r_{\text{D}}^2 \frac{\partial \psi_{\text{fD}}}{\partial r_{\text{D}}} \right)_{r_{\text{D}} \rightarrow 0} = -\frac{h}{2L} \sqrt{\frac{k_{\text{h}}}{k_{\text{fz}}}} \hat{q}_{\text{D}}, \quad (16)$$

$$\psi_{\text{fD}} \Big|_{r_{\text{D}} \rightarrow \infty} = \psi_{\text{mD}} \Big|_{r_{\text{D}} \rightarrow \infty} = 0. \quad (17)$$

式(14)~(17)构成了三维无限大裂缝性气藏中的点汇渗流的无因次数学模型。

### 2.1.3 无因次点汇模型的求解

引入基于  $t_{\text{D}}$  的 Laplace 变换,

$$\overline{\psi_{\text{f,mD}}} = \int_0^{+\infty} \psi_{\text{f,mD}} e^{-s t_{\text{D}}} dt_{\text{D}}. \quad (18)$$

求解由式(14)~(17)组成的无因次点汇模型,得 Laplace 空间解为

$$\overline{\psi_{\text{fD}}} = \frac{h}{2L} \sqrt{\frac{k_{\text{h}}}{k_{\text{fz}}}} \hat{q}_{\text{D}} \frac{\exp[-\sqrt{sf(s)} \sqrt{x_{\text{D}}^2 + y_{\text{D}}^2 + z_{\text{D}}^2}]}{\sqrt{x_{\text{D}}^2 + y_{\text{D}}^2 + z_{\text{D}}^2}}. \quad (19)$$

其中

$$f(s) = \frac{\lambda + s\omega(1-\omega)}{\lambda + s(1-\omega)}.$$

式中,  $s$  为 Laplace 变量。

若点汇不是位于原点,而是位于三维无限大气藏中任意一点  $(x_{\text{w}}, y_{\text{w}}, z_{\text{w}})$  处,式(19)变为

$$\overline{\psi_{\text{fD}}} = \frac{h}{2L} \sqrt{\frac{k_{\text{h}}}{k_{\text{fz}}}} \hat{q}_{\text{D}} \frac{\exp[-\sqrt{sf(s)} \sqrt{(x_{\text{D}} - x_{\text{wD}})^2 + (y_{\text{D}} - y_{\text{wD}})^2 + (z_{\text{D}} - z_{\text{wD}})^2}]}{\sqrt{(x_{\text{D}} - x_{\text{wD}})^2 + (y_{\text{D}} - y_{\text{wD}})^2 + (z_{\text{D}} - z_{\text{wD}})^2}}. \quad (20)$$

式(20)即为三维无限大裂缝性气藏中任一位置处的持续点汇解。

## 2.2 顶底封闭裂缝性气藏中的持续点汇解

利用式(20)解式,借助镜像反映、叠加原理,并重新定义  $r_{\text{D}} = \sqrt{(x_{\text{D}} - x_{\text{wD}})^2 + (y_{\text{D}} - y_{\text{wD}})^2}$ ,可得到顶底封闭情形下的持续点汇解为

$$\overline{\psi_{\text{fD}}} = \frac{h}{2L} \sqrt{\frac{k_{\text{h}}}{k_{\text{fz}}}} \hat{q}_{\text{D}} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-\sqrt{sf(s)} \sqrt{r_{\text{D}}^2 + (z_{\text{D}} - z_{\text{wD}} - 2nh_{\text{D}})^2})}{\sqrt{r_{\text{D}}^2 + (z_{\text{D}} - z_{\text{wD}} - 2nh_{\text{D}})^2}} + \frac{\exp(-\sqrt{sf(s)} \sqrt{r_{\text{D}}^2 + (z_{\text{D}} + z_{\text{wD}} - 2nh_{\text{D}})^2})}{\sqrt{r_{\text{D}}^2 + (z_{\text{D}} + z_{\text{wD}} - 2nh_{\text{D}})^2}} \right\}. \quad (21)$$

其中

$$h_{\text{D}} = \frac{h}{L} \sqrt{\frac{k_{\text{h}}}{k_{\text{fz}}}}.$$

利用 Poisson 求和公式,式(21)变形为更便于积分及计算的形式,

$$\overline{\psi_{\text{fD}}} = \hat{q}_{\text{D}} \left[ K_0(r_{\text{D}} \sqrt{sf(s)}) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K_0 \left( r_{\text{D}} \sqrt{sf(s) + \frac{n^2 \pi^2}{h_{\text{D}}^2}} \right) \cos \left( n\pi \frac{z_{\text{D}}}{h_{\text{D}}} \right) \cos \left( n\pi \frac{z_{\text{wD}}}{h_{\text{D}}} \right) \right]. \quad (22)$$

式(22)即为最终的顶底封闭边界条件下裂缝性气藏中的持续点汇解。

## 3 裂缝性气藏中鱼骨型分支水平井压力响应

鱼骨型分支水平井的地面产气量恒定,但在整个流动过程中,地层流入分支井不同部位的流量并不总相等,对于这种流量不均匀且其流量分布规律未知的问题,可采用边界离散的方法处理。

如图 3 所示,对图 1 所示的主井筒及各分支井筒进行离散,形成一系列离散单元,任意相邻两个端点间的井筒为一个离散单元。假设:从主井筒上侧钻出  $M$  个分支,其分支编号为  $1, 2, 3, \dots, M$ ,为了进行统一编号,将主井筒视为第  $M+1$  个分支;将第  $i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, M+1$ ) 条分支离散成  $N_i$  个离散单元,这样,整个鱼骨型分支水平井就被离散成了  $\sum_{i=1}^{M+1} N_i$  个离散单元。同一个离散单元上的线密度流量  $q_{ij}$  相等,第  $i$  条分支上第  $j$  个离散单元对点  $(x, y)$  处形成的压降可通过对持续点汇解的线积分获得。

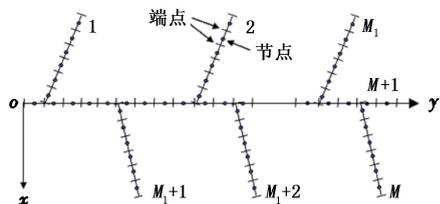


图 3 鱼骨型分支水平井单元离散图

Fig. 3 Schematic of discretion of a fishbone-shape multilateral horizontal well

利用文中  $\psi_{\text{fD}}$  及  $\hat{q}_{\text{D}}$  的定义,可将式(22)化为如下形式,

$$\Delta \psi_{\text{f}} = \frac{p_{\text{sc}} T}{\pi k_{\text{h}} h T_{\text{sc}}} \hat{q} \left[ K_0(r_{\text{D}} \sqrt{sf(s)}) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K_0 \left( r_{\text{D}} \sqrt{sf(s) + \frac{n^2 \pi^2}{h_{\text{D}}^2}} \right) \cos \left( n\pi \frac{z_{\text{D}}}{h_{\text{D}}} \right) \cos \left( n\pi \frac{z_{\text{wD}}}{h_{\text{D}}} \right) \right]. \quad (23)$$

根据从点汇压降到线汇压降的叠加原理,第*i*条分支上第*j*个离散单元(线汇)对场点( $x_D, y_D, z_D$ )处形成的拟压降可通过式(23)进行线积分获得,

$$\overline{\Delta\psi_{ij}}(x_D, y_D, z_D) = \frac{P_{sc} T}{\pi k_{fh} h T_{sc}} \times q_{ij} \int_{l_{ij}} \left\{ K_0 \left[ \sqrt{u} \sqrt{(x_D - x_{wD})^2 + (y_D - y_{wD})^2} \right] + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K_0 \left[ r_D \sqrt{u + \frac{n^2 \pi^2}{h_D^2}} \right] \cos\left(n\pi \frac{z_D}{h_D}\right) \cos\left(n\pi \frac{z_{wD}}{h_D}\right) \right\} dl \quad (24)$$

其中

$$dl = \sqrt{(dx_w)^2 + (dy_w)^2}.$$

式(24)可变为无因次拟压力形式,

$$\overline{\psi_{ij}}(x_D, y_D, z_D) = \frac{q_{ij}}{q_{Dij}} \int_{l_{Dij}} \left\{ K_0 \left[ \sqrt{u} \sqrt{(x_D - x_{wD})^2 + (y_D - y_{wD})^2} \right] + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K_0 \left[ r_D \sqrt{u + \frac{n^2 \pi^2}{h_D^2}} \right] \cos\left(n\pi \frac{z_D}{h_D}\right) \cos\left(n\pi \frac{z_{wD}}{h_D}\right) \right\} dl_D \quad (25)$$

其中

$$q_{Dij} = q_{ij} L / q_{sc}, \quad dl_D = dl / L.$$

式(25)中的线积分可转换为关于 $x_{wD}$ 的单积分后采用渐进公式或数值积分计算。

根据势叠加原理,气藏中任一点(场点)处的无因次拟压降等于各离散单元在该点引起的无因次拟压降的代数和,即

$$\overline{\psi_{fD}}(x_D, y_D, z_D) = \sum_{i=1}^{M+1} \sum_{j=1}^{N_i} \overline{\psi_{ij}}(x_D, y_D, z_D). \quad (26)$$

当场点( $x_D, y_D, z_D$ )取在第 $\kappa$ 条分支的第 $v$ 个离散单元的壁面( $\hat{x}_{D\kappa, v}, \hat{y}_{D\kappa, v}, \hat{z}_{D\kappa, v}$ )上时,有

$$\overline{\psi_{fD}}(\hat{x}_{D\kappa, v}, \hat{y}_{D\kappa, v}, \hat{z}_{D\kappa, v}) = \sum_{i=1}^{M+1} \sum_{j=1}^{N_i} \overline{\psi_{ij}}(\hat{x}_{D\kappa, v}, \hat{y}_{D\kappa, v}, \hat{z}_{D\kappa, v}). \quad (27)$$

式中, $\kappa = 1, 2, \dots, M+1$ ;  $v$ 为该条分支上的第 $v$ 个离散单元,  $v = 1, 2, \dots, N_\kappa$ 。

每个离散井筒单元的节点的 $\hat{x}_{D\kappa, v}$ 和 $\hat{y}_{D\kappa, v}$ 值在井筒轴心轨迹上通过几何关系确定,  $\hat{z}_{D\kappa, v}$ 值计算式为

$$z_{D\kappa, v} = z_{wD\kappa, v} + r_{wD\kappa} L_D. \quad (28)$$

其中

$$r_{wD\kappa} = \frac{r_{w\kappa}}{L}, \quad L_D = \frac{1}{h_D} = \frac{L}{h} \sqrt{\frac{k_{fg}}{k_{fh}}}.$$

式中, $z_{wD\kappa, v}$ 为第 $\kappa$ 条分支上第 $v$ 个离散单元节点的轴心的无因次纵坐标;  $r_{wD\kappa}$ 为第 $\kappa$ 条分支井筒的无因次井半径;  $L_D$ 为无因次储层厚度的倒数;  $r_{w\kappa}$ 为第

$\kappa$ 条分支井筒的井半径,  $m$ 。

天然气在水平井井筒中为管流,其流动阻力远小于在多孔介质气藏中的渗流阻力,因此,可将水平井筒视为孔隙度为1、渗透率为无限大的一种特殊多孔介质,具有无限导流能力,

$$\overline{\psi_{fD}}(\hat{x}_{D\kappa, v}, \hat{y}_{D\kappa, v}, \hat{z}_{D\kappa, v}) = \overline{\psi_{fWD}}. \quad (29)$$

式中,  $\overline{\psi_{fWD}}$ 为分支水平井无因次井底拟压力。

联立式(27)和式(29)得

$$\overline{\psi_{fWD}} = \sum_{i=1}^{M+1} \sum_{j=1}^{N_i} \overline{\psi_{ij}}(\hat{x}_{D\kappa, v}, \hat{y}_{D\kappa, v}, \hat{z}_{D\kappa, v}). \quad (30)$$

当式(30)中的场点取遍离散单元的节点壁面( $\hat{x}_{D\kappa, v}, \hat{y}_{D\kappa, v}, \hat{z}_{D\kappa, v}$ )时,可得到 $\sum_{\kappa=1}^{M+1} N_\kappa$ 个线性代数方程,而式(30)中的未知数为 $\overline{\psi_{fWD}}$ 和 $\overline{q_{Dij}}$ ,共有 $1 + \sum_{\kappa=1}^{M+1} N_\kappa$ 个,方程个数小于未知数个数,还不能求解,

还应利用分支水平井总产量条件:

$$\sum_{i=1}^{M+1} \sum_{j=1}^{N_i} [\overline{q_{ij}} \Delta l_{i,j}] = \frac{q_{sc}}{s}. \quad (31)$$

式中,  $\Delta l_{i,j}$ 为离散单元( $i, j$ )的长度,  $m$ 。

式(31)无因次化,得

$$\sum_{i=1}^{M+1} \sum_{j=1}^{N_i} [q_{Dij} \Delta l_{Di,j}] = \frac{1}{s}. \quad (32)$$

其中

$$\Delta l_{Di,j} = \Delta l_{i,j} / L.$$

式(30)与式(32)代表 $(1 + \sum_{\kappa=1}^{M+1} N_\kappa)$ 个线性代数方程,需要求解的未知数 $\overline{\psi_{fWD}}$ 和 $\overline{q_{Dij}}$ 也为 $(1 + \sum_{\kappa=1}^{M+1} N_\kappa)$ 个,故可以封闭求解。该线性代数方程组用矩阵形式表示为

$$\mathbf{AX} = \mathbf{C}. \quad (33)$$

该矩阵为稠密矩阵,可采用线性代数方程组的直接法(如高斯消元法)求解。该方法不仅适用于鱼骨型分支水平井,而且对于其他任意形状的分支水平井均适用。

无因次井底拟压力 $\overline{\psi_{fWD}}$ 未考虑井储效应和表皮效应的影响,当存在井筒存储效应和表皮效应时,可以通过由Everdingen和Hurst<sup>[14]</sup>利用Duhamel原理结合井储和表皮系数的定义导出的下式来考虑,

$$\overline{\psi_{fWDH}} = \frac{s \overline{\psi_{fWD}} + S}{s + C_D s^2 (s \overline{\psi_{fWD}} + S)}. \quad (34)$$

式中,  $\overline{\psi_{fWDH}}$ 与 $\overline{\psi_{fWD}}$ 分别为考虑表皮和井储与不考虑

表皮和井储时的无因次井底压力降; $S$ 为表皮系数; $C_D$ 为无因次井储系数。

### 4 典型曲线及渗流特征

利用 Stehfest 数值反演<sup>[15]</sup>、Gauss-Legendre 数值积分、高斯消元等数学方法,通过编程可绘制裂缝性气藏鱼骨型分支水平井井底压力的典型曲线。

图4所示为一鱼骨型4分支水平井,分支分布在主井筒的两侧,每一侧的分支数为2。

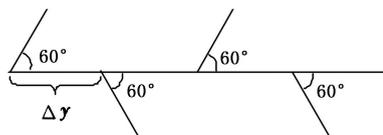


图4 鱼骨型4分支水平井

Fig. 4 A fishbone-shape multilateral horizontal well with four branches

利用本文中模型为该鱼骨型4分支水平井计算出的典型曲线如图5所示。在图5中,主井筒  $L_h = 800$  m,各分支井筒  $L_{hi} = 100$  m,分支点间距  $\Delta y = 200$  m,井筒半径  $r_w = 0.1$  m,气层厚度  $h = 30$  m,分支夹角  $\alpha = 60^\circ$ ,水平与垂向渗透率之比  $k_h/k_v = 6$ ,储容比  $\omega = 0.2$ ,窜流系数  $\lambda = 1 \times 10^{-2}$  (由于其定义式中的参考长度采用的是主水平井筒半长而不是井筒半径,因而此处取值比双重介质直井时大得多),井储系数  $C_D = 1 \times 10^{-6}$ ,表皮系数  $S = 0.2$ 。

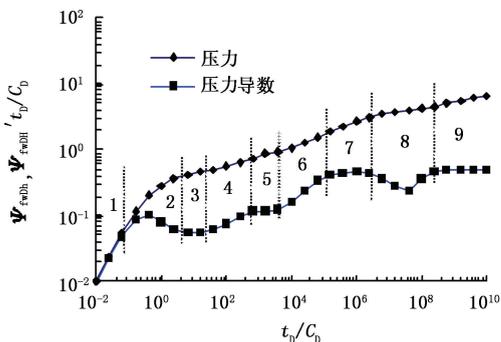


图5 裂缝性气藏鱼骨型4分支水平井典型曲线  
Fig. 5 Type curves for a fishbone-shape multilateral horizontal well with four branches in naturally fractured gas reservoirs

从图5可以看出,裂缝性气藏鱼骨型分支水平井不稳定渗流过程可能出现如下9个阶段:①早期纯井储段,此段压力及压力导数曲线的斜率均为1;②井储后过渡段,该段压力导数曲线表现为一个向上的“驼峰”;③裂缝系统第一径向流段(其流态示意图见图6(a)),压力导数曲线表现为一条水平线;④裂缝系统线性流阶段(其流态示意图见图6(b)),该段压力导数表现为一条斜率为0.5的直

线;⑤裂缝系统第二拟径向流段(其流态示意图见图6(c)),该段趋于水平线,当分支长度较小而分支间的间距较大时会出现这一阶段;⑥分支干扰过渡段;⑦裂缝系统第三拟径向流阶段(其流态示意图见图6(d)),压力导数曲线为一条“0.5”水平线;⑧基质向裂缝系统的窜流段,压力曲线相对平稳,导数曲线上出现一个向下的“凹子”;⑨总系统拟径向流段,压力导数曲线又变为一条“0.5”水平线。

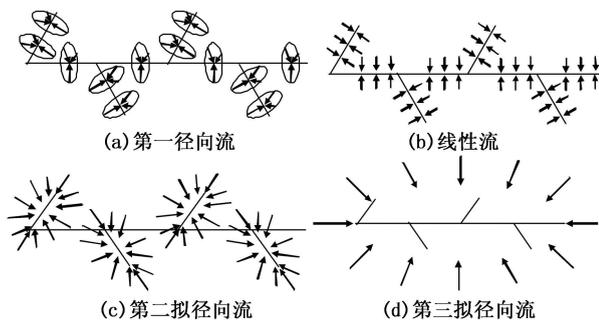


图6 裂缝系统各流动形态

Fig. 6 Flow patterns in fracture system

图7为分支长度对典型曲线的影响。从图7可以看出,分支长度越短,裂缝系统第二拟径向流段越明显,这是因为当压力波不断向外传播时,在相同的压力波及面积内,较短的分支比较长的分支更类似于一个点,且分支长度越短,第一径向流段和线性流阶段位置越高。

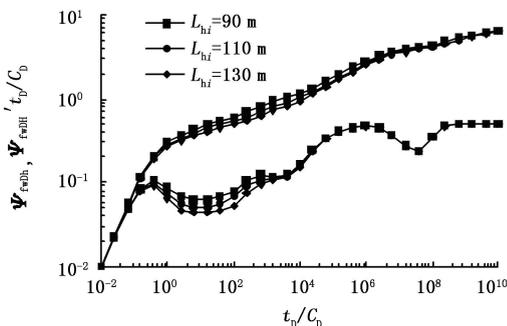
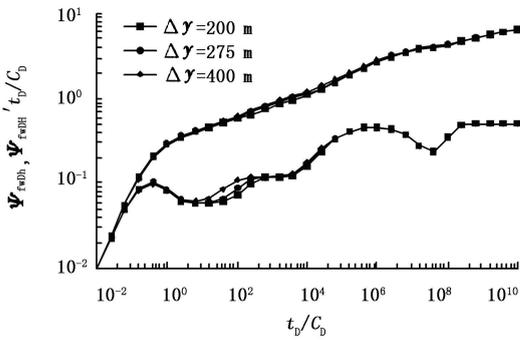


图7 分支长度对典型曲线的影响

Fig. 7 Effect of branches length  $L_{hi}$  on type curves

图8为分支间距  $\Delta y$  对典型曲线的影响。从图8可以看出,分支间距越长,第二拟径向流段越明显,这是因为当分支间距较短时,不同分支引起的压力波将很快相遇,互相之间产生干扰,第二拟径向流段将迅速结束。

储容比  $\omega$  与窜流系数  $\lambda$  主要影响导数曲线窜流段“凹子”的深浅与出现的早晚; $C_D$ 、 $S$  和  $k_h/k_v$  等参数也对典型曲线有影响;当  $\omega = 1$  时,该模型还可退化为单孔介质气藏鱼骨型分支水平井模型;各离散单元的  $q_{Dij}$  也可被计算用以研究流量分布规律。

图8 分支间距  $\Delta y$  对典型曲线的影响Fig.8 Effect of branches interspacing  $\Delta y$  on type curves

## 5 结论

(1) 裂缝性气藏鱼骨型分支水平井不稳定渗流过程可能出现早期纯井储段、井储后过渡段、裂缝系统第一径向流段、裂缝系统线性流阶段、裂缝系统第二拟径向流段、分支干扰过渡段、裂缝系统第三拟径向流阶段、窜流段和总系统拟径向流段 9 个流动阶段。

(2) 分支长度越短或分支间距越长,则第二拟径向流段越明显。

(3) 本文模型可用于鱼骨型分支水平井的试井解释,还可用于鱼骨型分支水平井的流量分布规律研究。

### 参考文献:

- [1] 孔祥言,徐献芝,卢德唐. 分支水平井的样板曲线和试井分析[J]. 石油学报, 1997,18(3):98-103.  
KONG Xiangyan, XU Xianzhi, LU Detang. A type-curve of horizontal well with multi-branched wells[J]. Acta Petrolei Sinica, 1997,18(3):98-103.
- [2] 王德山,李兆敏,聂立新. 水平分支井试井解释方法研究[J]. 西南石油大学学报:自然科学版, 2007,29(1):70-74.  
WANG Deshan, LI Zhaomin, NIE Lixin. Well test interpretation method for horizontal multilateral wells [J]. Journal of Southwest Petroleum University (Science & Technology Edition), 2007,29(1):70-74.
- [3] 张利军,程时清. 分支水平井试井压力分析[J]. 石油勘探技术, 2009,37(1):23-28.  
ZHANG Lijun, CHENG Shiqing. Well test pressure analysis on multilateral horizontal wells[J]. Petroleum Drilling Techniques, 2009,37(1):23-28.
- [4] 李树松,陈伟,段永刚. 点源函数在水平井及多分支井试井理论中的应用[J]. 石油钻采工艺, 2009,31(1):56-64.

LI Shusong, CHEN Wei, DUAN Yonggang. Application of point source function to well test theory of horizontal wells and multi-lateral wells[J]. Oil Drilling & Production Technology, 2009,31(1):56-64.

- [5] 程时清,张利军,李相方. 三重介质分支水平井试井分析[J]. 水动力学研究与进展, 2009,24(2):127-132.  
CHENG Shiqing, ZHANG Lijun, LI Xiangfang. Well-test analysis of multi-branched horizontal wells in a triple medium reservoir[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2009,24(2):127-132.
- [6] GRINGARTEN A C, Jr RAMEY H J. The use of source and green's functions in solving unsteady-flow problems in reservoirs[J]. SPE Journal, 1973,13(5):285-296.
- [7] 孔祥言,徐献芝,卢德唐. 各向异性气藏中分支水平井的压力分析[J]. 天然气工业, 1996,16(6):26-30.  
KONG Xiangyan, XU Xianzhi, LU Detang. Transient pressure analysis for multi-branched horizontal wells in anisotropic gas reservoir [J]. Natural Gas Industry, 1996,16(6):26-30.
- [8] 孔祥言. 高等渗流力学[M]. 合肥:中国科学技术大学出版社, 1999:166-166.
- [9] 廖新维,沈平平. 现代试井分析[M]. 北京:石油工业出版社, 2002:178-184.
- [10] 王晓冬,刘慈群. 复合油藏中水平井压力分析[J]. 石油学报, 1997,21(3):46-49.  
WANG Xiaodong, LIU Ciqun. Pressure analysis for horizontal wells in composite reservoirs[J]. Acta Petrolei Sinica, 1997,21(3):46-49.
- [11] 王晓冬,胡永乐,丁一萍. 水平井生产数据分析模型[J]. 石油勘探与开发, 2010,37(1):99-103.  
WANG Xiaodong, HU Yongle, DING Yiping. A model of production data analysis for horizontal wells[J]. Petroleum Exploration and Development, 2010,37(1):99-103.
- [12] OZKEN E, RAGHAVAN R. New solutions for well-test-analysis problems: part 1—analytical considerations [J]. SPE Formation Evaluation, 1991,6(3):359-368.
- [13] OZKEN E, RAGHAVAN R. New solutions for well-test-analysis problems: part 2—computational considerations and applications[J]. SPE Formation Evaluation, 1991,6(3):369-378.
- [14] Van EVERDINGEN A F, HURST W. The application of the Laplace transformation to flow problems in reservoirs [J]. Trans AIME, 1949,186:305-324.
- [15] STEHFEST H. Numerical inversion of Laplace transform [J]. Communications of the ACM, 1970,13(1):47-49.

(编辑 李志芬)